

Überprüfung der Brauchbarkeit von Pfahlformeln an Hand von Probelastungen und Messungen an Stahlpfählen

Dipl.-Ing. Siegfried Jänke

Inhaltsangabe

Für 15 Stahlpfähle verschiedener Länge, die als Träger- bzw. Kastenpfähle mit oder ohne Flügel durch eine etwa 13 Meter dicke Muddeschicht in den sandig-kiesigen Untergrund gerammt wurden, werden die Ergebnisse von Probelastungen und Dehnungsmessungen den Grenzbelastungen gegenübergestellt, die sich nach den statischen Pfahlformeln von Schenck, Brinch Hansen, Ohde und Benabenq sowie nach den Rammformeln von Stern und Redtenbacher errechnen. Aus dem Vergleich der ermittelten Grenztragfähigkeiten werden Schlüsse auf die Brauchbarkeit dieser Pfahlformeln gezogen und Hinweise für deren Verbesserung gegeben.

Summary

The author compares the results of test loadings and elongation measurements with the ultimate loads originating from the static pile-driving formulas of Schenck, Brinch Hansen, Ohde and Benabenq as well as from the so-called complete pile-driving formulas of Stern and Redtenbacher. The tests involved 15 steel piles (beams and box-type with or without wings) of different lengths and driven through a 13 m thick silt layer to a sandy and gravelly stratum. The comparison of the ultimate loads permits conclusions to be drawn on the usefulness of the formulas and to make proposals for their improvement.

Résumé

L'auteur compare les résultats de charges d'essai et de mesures d'allongement aux charges de rupture qui découlent des formules statiques de battage de Schenck, Brinch Hansen, Ohde et Benabenq ainsi que des formules dynamiques de battage de Stern et Redtenbacher. Les expériences ont porté sur 15 pieux en acier, de poutre ou en caisson, avec ou sans ailettes, de longueurs différentes, enfoncés à travers une couche limoneuse de 13 m d'épaisseur dans un sous-sol de sable et de gravier. La comparaison des charges limites obtenues permet de tirer des conclusions sur la valeur des formules et de faire des propositions pour leur amélioration.

Sommario

Con 15 pali d'acciaio di lunghezza diversa, conformati a trave rispett. a cassone, con o senza flangia, infissi in strato pantano profondo circa 13 metri con fondo di sabbia e ghiaia, si sono confrontati i risultati di carichi di prova e misurazioni di dilatazione con i carichi-limite, calcolati teoricamente in base alle formole statiche per i pali di Schenck, Brinch Hansen, Ohde e Benabenq come anche in base alle formole di infissione di Stern e Redtenbacher. Dal confronto delle capacità portanti-limite così determinate si traggono conclusioni sull'attitudine all'impiego di queste formole per i pali, dando suggerimenti per un loro miglioramento.

1. Aufgabenstellung

Im Zuge des Neubaus einer Mole wurden auf Veranlassung der Hafenbauabteilung Eckernförde des Wasser- und Schifffahrtamtes Kiel von der Arbeitsgemeinschaft August Prien und Dehning u. Co. Versuchsrammungen und Probelastungen von Stahlpfählen verschiedenen Querschnitts und unterschiedlicher Länge durchgeführt. Durch diese sollte ein Aufschluß über die Rammfähigkeit, Tragkraft und Wirtschaftlichkeit der Pfähle gewonnen werden. An drei Pfählen wurden dabei zur Bestimmung der Verteilung und Größe der Mantelreibung sowie des Spitzendrucks

Messungen mit Dehnungsmeßstreifen durch die Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe, durchgeführt. In der vorliegenden Arbeit soll ein kritischer Vergleich zwischen den Ergebnissen verschiedener Pfahlformeln mit der an den einzelnen Pfählen ermittelten Tragkraft gezogen werden, um eine Beurteilung der Brauchbarkeit dieser Formeln für die Vorausberechnung der Tragfähigkeit von Stahlpfählen zu ermöglichen.

2. Baugrundverhältnisse

Die Probepfähle wurden in einem Bereich gerammt, in dem der Baugrund kennzeichnend für die Baugrundverhältnisse der gesamten Mole ist. Sie werden später als Gründungspfähle der Mole verwendet. Die Wassertiefe betrug im Rammbereich der Pfähle 9 bis 12 m. Wie das in Bild 1 dargestellte Schichtenprofil des Baugrundes zeigt, steht unter der Hafensohle ein etwa 13,5 m starker humoser Schluff mit geringen Anteilen an Feinsand und Ton an, der als alluviale Mudde anzusehen ist und häufig als Gytja bezeichnet wird. Nach den in der Außenstelle der Bundesanstalt für Wasserbau in Hamburg durchgeführten Versuchen wurde der größte Humus- und somit auch Wassergehalt im oberen Bereich der Mudde festgestellt, und zwar schwankte der Humusgehalt zwischen 40 und 9 % und der Wassergehalt zwischen 270 und 70 %. Das Raumgewicht der Mudde betrug über Wasser 1,1 bis 1,5 t/m³, der Reibungswinkel 15° und die Kohäsion $c \sim 0,2$ kg/cm². Diese letzteren aus einem langsamen Scherversuch im offenen System erhaltenen Werte deuten darauf hin, daß die Konsolidierung der einzelnen Proben bei den Scherversuchen noch nicht abgeschlossen war und das Ergebnis somit vom Porenwasserüberdruck beeinflußt war. Eigene Scherversuche des Verfassers haben für Erdstoffe mit noch höherem Humusgehalt bedeutend größere Reibungswinkel und kleinere Werte der Kohäsion ergeben, die damit auch mit den von Ohde [1] angegebenen Werten übereinstimmen.

Unter der Mudde wurde ein alluvialer, vorwiegend grober und gemischtkörniger Sand mit Kies und Steinen in einer Stärke von 4 bis 4,5 m angetroffen. In einem Bohrloch zeigten sich im Übergangsbereich zwischen Mudde und alluvialem Sand und an dessen unterer Begrenzung Gerölleinlagerungen. Unterhalb des alluvialen Sandes stand diluvialer Mittelsand an mit Beimengungen von Fein- und Grobsand, Kies und Steinen. Körnungsmäßig ist also zwischen den beiden rolligen Schichten kein großer Unterschied. Die Lagerungsdichte dieser Schichten kann auf Grund der geologischen Bedingungen als locker bis sehr locker angenommen werden.

3. Art und Ausbildung der Pfähle

Bei den Probelastungen und Untersuchungen wurden sowohl Stahlpfähle mit offener Kastenform wie auch Pfähle mit Trägerform in verschiedenen Ausbildungen und Längen geprüft. Dabei wurden diese Pfähle einmal mit ihrem normalen Querschnitt und zum anderen mit aufgeschweißten Profilen (Flügeln) gerammt. Wie aus

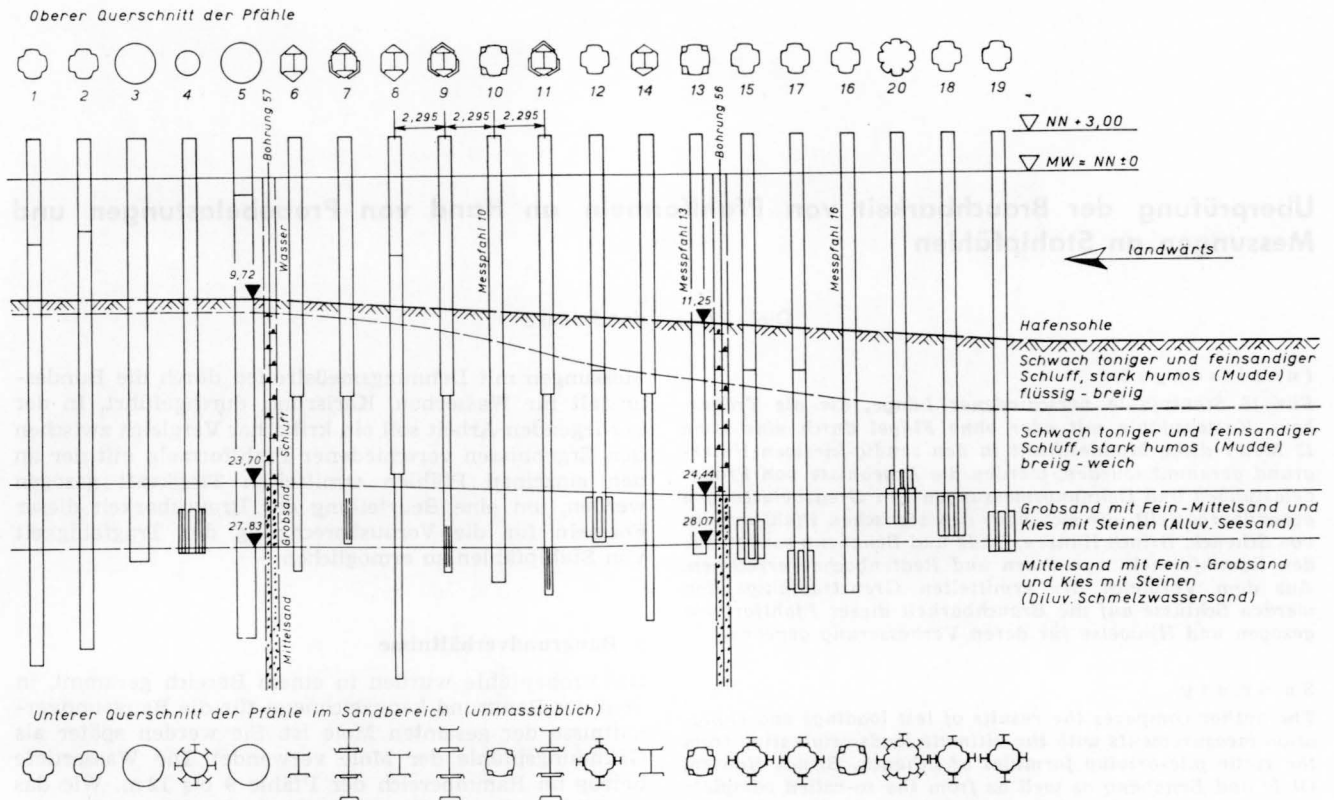


Bild 1. Anordnung und Querschnitt der Versuchspfähle. Baugrundsichtung

Bild 1 zu ersehen ist, wurden im einzelnen folgende Pfähle untersucht:

- 3 Pfähle mit Kastenform Profil KP 24 ohne Flügel, Einbindelänge in den Sand $l_s = 4,50$ m; 7,0 und 8,50 m (Pfähle Nr. 13, 10 und 16),
- 3 Pfähle mit Kastenform Profil KP 34/24 mit je 4 Flügeln IP 18, Einbindelängen in den Sand $l_s = 3,65$ m; 5,40 m und 7,45 m (Pfähle Nr. 12, 15 und 17),
- 3 Pfähle mit Trägerform P Sp 30 ohne Flügel (in der Mudde mit P St 120 ummantelt), Einbindelänge in den Sand $l_s = 6,30$ m; 9,25 m und 14,30 m (Pfähle Nr. 6, 14 und 8),
- 3 Pfähle mit Trägerform P Sp 35 mit je 2 Flügeln P Sp 30 (in der Mudde mit P St 120 S ummantelt), Einbindelänge in den Sand $l_s = 4,15$ m; 5,90 m und 7,65 m (Pfähle Nr. 7, 9 und 11),
- 2 Pfähle aus Mannesmannrohr ϕ 710 mm, $t = 11$ mm ohne Flügel, Einbindelänge in den Sand $l_s = 5,40$ m und 11,60 m (Pfähle Nr. 3 und 5),
- 1 Pfahl aus Mannesmannrohr ϕ 324 mm, $t = 7,1$ mm mit 8 Flügeln 1/2 I 30, Einbindelänge in den Sand $l_s = 4,65$ m (Pfahl Nr. 4).

An den drei Kastenpfählen 10, 13 und 16 wurden zur Feststellung der Verteilung und der Größe der Mantelreibung sowie des Spitzendrucks von der Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe, Dehnungsmeßstreifen aufgebracht. Zum Schutze der Meßelemente wurden jeweils 4 Winkel $40 \cdot 80 \cdot 6$ aufgeschweißt; der Querschnitt dieser Pfähle ist im Bild 2 dargestellt.

Der aus Bild 1 ersichtliche Pfahlabstand von 2,295 m ergibt sich aus dem beim Bau der Mole erforderlichen Pfahlabstand. Auf jeder Seite der Probepfähle wurden zwei Verankerungspfähle KP 24 (Pfahl Nr. 1, 2, 18 und 19) gerammt. Pfahl 20 ist eine Sonderkonstruktion, dessen Ergebnis der Probebelastung in dieser Arbeit nicht ausgewertet wird.

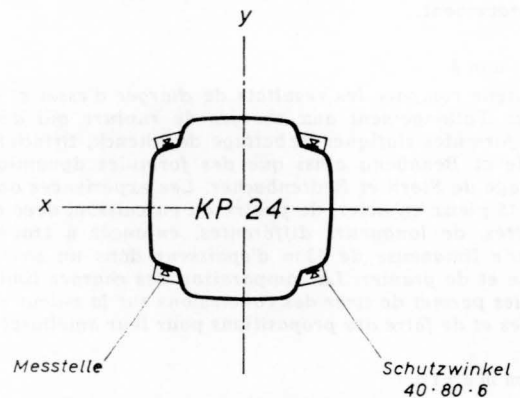


Bild 2. Anordnung der Meßstellen an den Pfählen

4. Rammung der Pfähle

Die Rammung der Pfähle erfolgte durch eine Delma g - Dies el r a m m e D 22 mit einer von der Herstellerfirma angegebenen Schlagleistung von 5500 mkg bei einer Schlagzahl von 50 bis 60 pro Minute. Die Eindringtiefe je Hitze war beim Erreichen der vorgesehenen Tiefen im allgemeinen größer als zunächst erwartet. Dies ist bei der Verwendung von Dieselrammen nicht selten der Fall und kann auf eine zusätzliche Rammwirkung beim Hochwerfen des Kolbens im Augenblick der Explosion zurückgeführt werden. Infolge der geringen Eindringwiderstände wurden für die Pfähle 1, 2, 4, 5 und 8 Nachrammungen durchgeführt. Die Eindringtiefe in den letzten Hitzen ist aus Tafel 2 zu ersehen.

In der Mudde war der Eindringwiderstand der Pfähle so klein, daß diese meist ohne Rammarbeit unter ihrem Eigengewicht einschl. 5,4 t Bärge w i c h t bis zur Sandschicht in etwa 13,50 m absackten. Eine Zusammenstellung der

bei der Rammung der einzelnen Pfähle bis zum Erreichen der Endtiefe aufgewendeten Rammenergie findet sich in Tafel 2.

5. Durchführung der Probelastungen und Messungen

Wie aus Abschnitt 3 zu ersehen ist, wurden im Rahmen der Probelastungen 15 Pfähle untersucht. Dabei wurden für alle diese Pfähle Druckversuche, jedoch nur für die Pfähle 5, 8, 10, 11, 13, 15, 16 und 17 Zugversuche durchgeführt.

Die bei den Untersuchungen verwendete Anlage sollte eine Pfahlbelastung von 300 t ermöglichen. Die aufgebrachten Kräfte wurden mit einer Öldruckpresse erzeugt, die sich beim Druckversuch gegen eine aus zwei nebeneinanderliegenden I-Trägern bestehende Traverse abstützte. Die Traverse war dabei an beiden Seiten des Probepfahles an den nächsten zwei Pfählen verankert. Diese Ankerpfähle dienten beim Zugversuch als Auflager der Traverse. Die auf ihr aufgestellte Presse übertrug die erzeugte Kraft über ein Druckstück auf einen Ankerbarren, in den zwei mit dem Pfahlkopf verbundene Zuganker symmetrisch eingehängt waren.

Die Messung der in den Pfahl eingeleiteten Kräfte erfolgte mit Manometern, aus deren Ablesung über einen Umrechnungsfaktor die Pfahlbelastung errechnet werden konnte. Bei den Pfählen 10, 16 und 13 wurden diese Kräfte außerdem mit Dehnungsmeßstreifen bestimmt. Diese Messungen wurden unter der Leitung von Ing. Sagawe durch die Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe, durchgeführt. Für die genannten Pfähle ergaben sich bei beiden Meßmethoden übereinstimmende Meßergebnisse mit Ausnahme des Zugversuches für Pfahl 13, bei dem offensichtlich ein Moment in den Ankern wirkte, das die Manometerablesung verfälschte.

Die Setzungen wurden einmal mit Meßuhren am Pfahlkopf und zum andern mit einer Schlauchwaage gemessen. Die an den Pfählen 10, 16 und 13 angebrachten Dehnungsmeßstreifen wurden in gleichmäßigen Abständen (bei den einzelnen Pfählen zwischen 1,40 m und 1,75 m schwankend) über den Pfahl verteilt, so daß ein Aufschluß über Größe und Verteilung der Mantelreibung sowie über den Wert des Spitzendruckes gewonnen werden konnte. Zwischen Pfahlspitze und 1. Meßstreifen war ein gewisser Abstand erforderlich, um dessen Beschädigung und Ausfall zu vermeiden.

Entsprechend ihrer Bezeichnung ermöglichten die Dehnungsmeßstreifen nicht nur die Messung der auf den Pfahl wirkenden Kräfte, sondern auch das Messen von Pfahldehnungen. Diese zeigten daß bei einer elastischen Verformung des Baugrundes, d. h. bei Wiederbelastung des Pfahles, die Senkung des Pfahlkopfes fast ausschließlich in der elastischen Zusammendrückung des Pfahles begründet ist. Die Baugrundverformung ist also im elastischen Bereich sehr klein gegenüber der Pfahlzusammendrückung.

Bei den Pfählen 5, 12 und 15 konnte die Grenzbelastung Q_G nicht erreicht werden, da die Verankerungspfähle zu stark nachgaben.

6. Verfahren zur Berechnung der Pfahltragfähigkeit

Infolge der weitgehenden Unklarheit über die Brauchbarkeit der bisher entwickelten Verfahren zur Berechnung der Pfahltragfähigkeit und deren bekannter Mängel werden heute noch sehr viele Probelastungen durchgeführt. Der dabei entstehende hohe zeitliche und materielle Aufwand führt zu der zwingenden Notwendigkeit, die vorhandenen Verfahren zu überprüfen und weiterzuentwickeln. Um dem entwerfenden Ingenieur eine größere Sicherheit bei der Anwendung dieser Verfahren zu geben, sollten möglichst viele Ergebnisse von Probelastungen mit genauen Angaben über Schichtung und Eigenschaften des Baugrundes veröffentlicht werden. Da-

durch wird eine zuverlässige Einschätzung des Genauigkeitsgrades und der Grenzen von Pfahlformeln ermöglicht.

6.1 Erdstatische Verfahren

Mit Hilfe von Probelastungen von Modellpfählen im Sand, die in der Bundesanstalt für Wasserbau in Karlsruhe durchgeführt wurden, ist bereits ein kritischer Vergleich zwischen deren Ergebnissen und einer Reihe von statischen Pfahlformeln gezogen worden, dessen Ergebnisse von Zweck veröffentlicht wurden [2]. Aus diesen ist zu ersehen, daß die Verfahren von Dörr und Krey viel zu tiefe Werte, die Verfahren von Caquot-Kérisel und Hansen viel zu hohe Werte liefern. Da durch einige Stichproben für die hier zu untersuchenden Pfähle grundsätzlich die gleichen Ergebnisse erzielt wurden, sind diese Verfahren in der vorliegenden Arbeit nicht näher betrachtet worden. Auch die Verfahren von Meyerhof und Skempton wurden hier nicht überprüft, da sie keine Mantelreibung berücksichtigen. Als einzige der im Rahmen der vorstehend erwähnten Versuche untersuchten Verfahren erwies sich die von Bénabenq entwickelte Pfahlformel als einigermaßen zutreffend. Sie wurde daher zum Vergleich im Rahmen dieser Arbeit herangezogen. In der eingangs angeführten Arbeit wurde ein von Ohde veröffentlichtes Verfahren [1], [3] nicht überprüft; dieses wurde daher neben den von Schenck [4] und von Brinch Hansen [5] entwickelten Pfahlformeln einer kritischen Betrachtung unterzogen.

Bei den vorstehend aufgeführten Verfahren setzt sich die Pfahltragfähigkeit Q_G im Zustand der Grenzbelastung bei Druckbeanspruchung aus der Mantelreibung Q_M und dem Spitzendruck Q_S zusammen; es ist somit

$$Q_G = Q_M + Q_S \quad (1)$$

Dabei wird die Mantelreibung durch einen auf die Mantelfläche $U \cdot L$ wirkenden spezifischen Manteldruck q_{rm} und der Spitzendruck durch den spezifischen Verdrängungswiderstand q_s des Erdreiches unter der Pfahlaufstandsfläche F erzeugt; es ist dann

$$Q_G = U \cdot L \cdot q_{rm} + F \cdot q_s \quad (2)$$

Beim Verfahren von Schenck werden die Werte q_{rm} und q_s als Erfahrungswerte aus Probelastungen angegeben, die bis zur Grenzbelastung Q_G durchgeführt wurden. In der von ihm aufgestellten Tafel werden dabei Art und Zustand bzw. Lagerungsdichte des den Pfahl umgebenden Erdreiches und außerdem die verschiedenen Pfahlarten und Querschnittsformen berücksichtigt. Schließlich weist Schenck darauf hin, daß bei einer tiefen Lage der tragfähigen Schicht die größeren Tafelwerte der Berechnung zugrunde gelegt werden können. Als Pfahlumfang U wird bei Stahl-Trägerpfählen der abgewinkelte Umfang, jedoch als Pfahlaufstandsfläche F der umrissene Querschnitt der Spitze in Rechnung gesetzt.

Von Brinch Hansen wird für die Mantelreibung in Sand, Kies und Steinen angegeben

$$Q_M = 0,8 \cdot p_M \cdot U \cdot L \quad (3)$$

Dabei ist 0,8 ein konstanter Erfahrungswert, p_M das in der Mitte der Mantelfläche wirkende Erdgewicht und U' bei Trägerpfählen der umschriebene Umfang (Umriss — Umfang). Bei feinkörnigem Material und $\varrho \sim 0^\circ$ ist nach Brinch Hansen

$$Q_M = m \cdot s \cdot r \cdot c \cdot U' \cdot L, \quad (4)$$

wobei $m = 0,7$ (Materialfaktor für Pfahl)

$s = 1,0$ (Formfaktor für prismatische oder zylindrische Pfähle)

$r = 0,5$ (Regenerationsfaktor, der von 0 bei der Rammung bis auf 1,0 bei erstbelastetem Ton ansteigen kann)

$c =$ Kohäsion.

Der sich aus dem Produkt von m , s und r ergebende Wert stimmt recht gut mit einem von Mohan angegebenen Abminderungsfaktor für c überein (6).

Zur Bestimmung des spezifischen Spitzenwiderstandes q_s des Erdreichs unter der Pfahlspitze benutzt Brinch Hansen den durch die Erdauflast aus der Gleitflächen-theorie sich ergebenden Tragfähigkeitsfaktor N_q und erhält als Spitzenwiderstand für Sand, Kies und Steine

$$Q_G = 3 \cdot N_q \cdot p_s \cdot F \quad (5)$$

Dabei ist p_s = Gewicht des über der Pfahlspitze liegenden Erdreichs und F = umrissener Querschnitt der Spitze.

Bénabeng hat versucht, alle die Tragfähigkeit des Pfahles bestimmenden Faktoren getrennt rechnerisch zu berücksichtigen. Er benutzte dabei unter der Annahme der Ausbildung ebener Gleitflächen eine Tragfähigkeitsformel, auf die sich außer diesem Verfahren auch eine Reihe weiterer Pfahlformeln zurückführen lassen:

$$Q_G = \psi_M \cdot p_M \cdot U \cdot L \cdot \mu' + \psi_s \cdot p_s \cdot F \quad (6)$$

wobei ψ_s = Beiwert für den Spitzendruck und ψ_M = Beiwert für den Manteldruck, d. h. für den Seitendruck auf die Mantelfläche. Dieser Wert wird häufig auch mit λ_p bezeichnet.

Bénabeng nahm an, daß durch das Rammen des Pfahles das Erdreich soweit verdrängt wird, daß für ψ_M der Beiwert für den passiven Erddruck λ_p gesetzt werden kann. Somit wird in seinem Verfahren

$$\psi_M = \lambda_p = \operatorname{tg}^2 (45^\circ + \varrho/2) \quad (7)$$

Als Beiwert für den Spitzendruck benutzt er

$$\psi_s = \operatorname{tg}^4 (45^\circ + \varrho/2), \quad (8)$$

wobei der Reibungswinkel ϱ für den entsprechenden Pfahlbereich einzusetzen ist. Als U ist die Abwickelungsfläche und für F der umrissene Querschnitt bei Trägerpfählen zu setzen.

$\mu' = \operatorname{tg} \delta$ = Reibungswinkel zwischen Stahl und Erdreich.

Da es sich bereits bei früher durchgeführten Vergleichen mit Probelastungen gezeigt hat, daß dieses auf der Erddrucktheorie aufgebaute Verfahren nicht hinreichend verlässliche Werte liefert, wurde es nur herangezogen, um eine weitere Möglichkeit der Einschätzung der Brauchbarkeit eines von Ohde entwickelten Verfahrens zu erhalten.

Ohde hat in Weiterentwicklung eines Verfahrens von Terzaghi [7] eine Pfahlformel angegeben, die auf der Theorie der Verdrückung des Erdreiches aufgebaut ist. Nach diesem ist der Beiwert des Spitzendruckes für rolliges Erdreich

$$\psi_s \sim (1 + \lambda_n)/2 \cdot \left\{ \lambda_p/3 + [(2/3) + (1,2 - \mu) \sqrt{\mu^{-1}}] (Z/p_s)^{\mu/(\mu + 0,42)} \right\} \quad (9)$$

Dabei ist λ_n = Ruhedruckbeiwert für Erstbelastung

$$\lambda_p = \operatorname{tg}^2 (45^\circ + \varrho/2)$$

$$\mu = \operatorname{tg} \varrho$$

$$Z \sim \frac{(m+1)(m-2) \cdot V}{m(m-1)} \quad Z = \text{Zusammen- drückungszahl bei unbehinderter Seitendehnung}$$

$$m = \frac{1}{\lambda_n} + 1 \quad V = \text{Verdichtungszahl bei ver- hinderter Seitendehnung}$$

Der Beiwert des Manteldruckes errechnet sich für rolliges Erdreich zu

$$\psi_M \sim \lambda_n (V/\lambda_n p_m) (0,54 \mu/(\mu + 0,42)) \quad (10)$$

Dieser Beiwert beträgt für bindiges oder organisches Erdreich

$$\psi_M \sim \lambda_p (\lambda_n + V/S) / (\lambda_p + V/S) + [2 \sqrt{\lambda_p} (V/S) / (\lambda_p + V/S)] (c/p_m) \quad (11)$$

Dabei ist S = Schwellzahl bei ver- hinderter Seitendehnung; c = Kohäsion, p_m = mittlere Erdauflast.

Vergleicht man die in den Gl. 9 und 10 enthaltenen erdstatischen Grundwerte, so ist nicht ohne weiteres ver-

ständlich, warum in Gl. 10 nicht wie in Gl. 9 mit Z gerechnet wird. Da von Ohde keine Angaben über die Herleitung dieser Formel gemacht wurden und mit Hilfe von ψ_M in den meisten Fällen bedeutend zu hohe Mantelreibungswerte erhalten werden, ist in den hier mitgeteilten Berechnungen in Gl. 10 Z statt V eingesetzt worden.

6.2 Rammformeln

In zahllosen Veröffentlichungen sowie auch in der DIN 1054 wird nachdrücklich vor der Benutzung von Pfahlformeln zur Bestimmung der Tragkraft von Pfählen gewarnt bzw. ihre Anwendung als unzulässig hingestellt. Soweit sie noch als brauchbar angesehen werden, wird darauf hingewiesen, daß sie nur nach erfolgter Eichung an Hand von Probelastungen angewandt werden dürfen. Um die Berechtigung dieser sehr weitgehenden Ablehnung zu überprüfen, wurden zwei der bekanntesten Rammformeln zum Vergleich mit den Ergebnissen der Probelastungen herangezogen. Es wurden folgende Verfahren benutzt:

Nach Redtenbacher (unelastischer Stoß)

$$Q_G = \frac{1}{e} \left(-t + \sqrt{2e \left[\frac{R}{R+P} \cdot Rh + t(R+P) \right] + t^2} \right) \quad (12)$$

Nach Stern (teilweise elastischer Stoß)

$$Q_G = \frac{1}{e} \left(-t + \sqrt{2e \left[\frac{R+K^2 P}{R+P} \cdot Rh + t(R+P) \right] + t^2} \right) \quad (13)$$

In diesen Formeln bedeutet:

- $e = \frac{l}{E \cdot F}$; l = Pfahllänge, E = Elastizitätsmodul des Pfahles;
- F = Querschnitt des Pfahles;
- t = Eindringtiefe unter dem letzten Schlag;
- P = Pfahlgewicht;
- R = Bärge- wicht;
- h = Fallhöhe des Ramm- bärens;
- K = Stoßzahl.

7. Vergleich der mit erdstatischen Pfahlformeln errechneten Grenztragfähigkeitswerte mit den Ergebnissen der Probelastungen und Messungen

7.1 Mantelreibung

7.1.1 Ermittlung der Mantelreibung aus den Probelastungen

In Tafel 1 sind die Werte der Mantelreibung für 8 Pfähle verschiedenen Querschnitts und unterschiedlicher Länge zusammengestellt. In dieser Tafel ist als Grenzbelastungswert Q_M die Beanspruchung beim Zugversuch angegeben, bei der die Hebung des Pfahles gegenüber der elastischen Hebung plötzlich stark anwächst. Dabei betrug die bleibende Hebung des Pfahles im allgemeinen etwa 25 mm.

Die Aufteilung der beim Zugversuch aufgewendeten Zugkraft in die Mantelreibung im Sand und in die Mantelreibung in der Mudde erfolgte bei den Pfählen 10, 13 und 16 auf Grund der Messungen mit Dehnungsmeßstreifen. Bild 3 zeigt das Ergebnis der Messungen für Pfahl 13. Aufgetragen sind für 12 Meßstellen die Zugbeanspruchungen in t für eine Teilbelastung des Pfahles von 29 t sowie für die Grenzbelastung von 40 t. Die Mantelreibung ergibt sich für eine bestimmte Schicht aus der Differenz der Beanspruchungen des Pfahls an den beiden Schichtgrenzen. Im vorliegenden Falle beträgt also im Zustand der Grenzbelastung die Mantelreibung in der Mudde 7 t, im Sand 33 t. Da auch für die Pfähle 10 und 16 trotz ihrer stark unterschiedlichen Länge ein Verhältnis zwischen Mantelreibung in der Mudde zur Gesamtmantelreibung von etwa 1 : 6 ermittelt wurde, wurde dieser Verhältniswert auch für die übrigen Pfähle angenommen.

Werte der Mantelreibung und des Pfahlseitendruckes aus Zugversuchen und erdstatischen Berechnungsverfahren

Tafel 1

Pfählnummer und Pfahlbereich	Pfahllänge	Mantelfläche	aus Zugversuch				nach Schenk				nach Ohde				nach Brinch Hansen				nach Bénabenq			
			Grenzbelastung	zulässige Belastung	Mantelreibung	Pfahl-Seitendruck	Grenzbelastung	Grenzbelastung/zul. Belastung	Mantelreibung	Pfahl-Seitendruck	Grenzbelastung	Grenzbelastung/zul. Belastung	Mantelreibung	Pfahl-Seitendruck	Grenzbelastung	Grenzbelastung/zul. Belastung	Mantelreibung	Pfahl-Seitendruck				
Bezeichn.	L	U·L	Q _M	Q _{zul}	q _{rm}	λ	Q _M ^S	Q _M ^S /Q _{zul}	q _{rm}	λ	Q _M ^O	Q _M ^O /Q _{zul}	q _{rm}	λ	Q _M ^{BH}	Q _M ^{BH} /Q _{zul}	q _{rm}	λ	Q _M ^B	Q _M ^B /Q _{zul}	q _{rm}	λ
Dimension	m	m ²	t	t	t/m ²	1	t	1	t/m ²	1	t	1	t/m ²	1	t	1	t/m ²	1	t	1	t/m ²	1
13 Muddel Sand	12,70 4,50	22,00 7,40	7 33	3,5 16,5	0,32 4,47	0,98 3,00	(15) 30	(4,3) 1,8	(0,7) 4,0	(2,14) 2,7	16 34	4,6 2,1	0,73 4,6	2,21 3,1	14 31	6,5 1,9	0,64 4,2	1,96 2,8	12 38	3,4 2,3	0,55 5,1	1,65 3,4
10 Muddel Sand	13,00 7,00	22,70 11,50	11 55	5,5 27,5	0,48 4,78	1,44 2,55	(16) 56	(2,9) 2,0	(0,7) 5,0	(2,09) 2,67	17 66	3,1 2,4	0,75 5,7	2,21 3,1	15 61	4,3 2,2	0,66 5,33	1,97 2,84	13 75	2,4 2,7	0,57 6,5	1,65 3,4
16 Muddel Sand	12,20 8,50	21,70 13,90	15 76	7,5 38	0,69 5,45	2,21 2,75	(15) 70	(1,9) 1,8	(0,7) 5,0	(2,23) 2,54	15 85	2,0 2,2	0,69 6,1	2,21 3,1	14 77	3,1 2,0	0,65 5,54	2,07 2,8	11 46	1,5 2,5	0,52 6,9	1,65 3,4
5 Muddel Sand	13,40 11,60	30,00 25,90	19 95	9,5 47,5	0,63 3,67	1,82 1,49	(21) 128	(2,2) 2,7	(0,7) 5,0	(2,02) 2,03	23 186	2,4 3,9	0,77 7,2	2,21 3,1	21 168	3,5 3,5	0,70 6,25	2,02 2,53	17 210	1,6 4,4	0,56 7,8	1,65 3,4
8 Muddel Sand	13,30 14,30	20,25 27,20	9 44	4,5 22	0,45 1,62	1,21 0,58	(14) 109	(3,1) 4,9	(0,7) 4,0	(1,90) 1,44	16 233	3,6 10,1	0,79 8,6	2,21 3,1	12 133	4,2 5,4	0,59 4,90*	1,73 1,76	12 262	2,7 11,9	0,59 9,6	1,65 3,4
11 Muddel Sand	13,25 7,65	24,80 24,20	18 92	9 46	0,73 3,80	2,14 1,97	(17) 97	(1,9) 2,1	(0,7) 4,0	(2,05) 2,08	19 144	2,1 3,1	0,77 5,95	2,21 3,1	13 53	2,3 1,2	0,52 2,20*	1,52 0,64	14 162	1,6 3,5	0,57 6,7	1,65 3,4
15 Muddel Sand	13,20 5,40	20,80 17,60	14 74	7 37	0,67 4,20	1,97 2,45	(15) 70	(2,1) 1,9	(0,7) 4,0	(2,06) 2,33	16 92	2,3 2,5	0,77 5,22	2,21 3,1	14 62	3,3 1,7	0,67 3,50*	1,97 1,92	12 106	1,7 2,8	0,58 6,0	1,65 3,4
17 Muddel Sand	13,30 7,45	21,00 18,70	15 78	7,5 39	0,71 4,17	2,07 1,92	(15) 75	(2,0) 1,9	(0,7) 4,0	(2,06) 1,84	16 132	2,1 3,4	0,76 7,08	2,21 3,1	14 105	3,1 2,7	0,67 5,60*	1,97 2,58	12 149	1,6 3,8	0,57 8,0	1,65 3,4

* mit Abwicklungsumfang berechnet

ten Meßstreifen je 4 Winkel aufgeschweißt sind. Der durch sie umschlossene Raum ist zwar in Bild 5 im Stahlquerschnitt dieser Pfähle mit erfaßt, die stark konzentrierte Sandverdrängung im Bereich der Winkel führt aber offensichtlich einen besonders hohen Pfahlseitendruck herbei. Auf die Größe der Mantelreibung scheint sich dies in der Weise auszuwirken, daß gemäß Bild 4 die Mantelreibung Q_M bei einem annähernd bis zum passiven Erddruck aktivierten Pfahlseitendruck nicht mehr linear mit der Pfahlfläche, sondern steiler ansteigt. Das hieße im vorliegenden Fall, daß die spezifische Mantelreibung

q_{rm} mit zunehmender Pfahllänge anwächst. Allerdings können die wenigen Versuchsergebnisse nicht als hinreichend beweiskräftig angesehen werden.

Vergleicht man die an Hand der Zugversuche ermittelte Mantelreibung mit den mit Hilfe der Verfahren von Schenk, Ohde, Brinch Hansen und Bénabenq erhaltenen

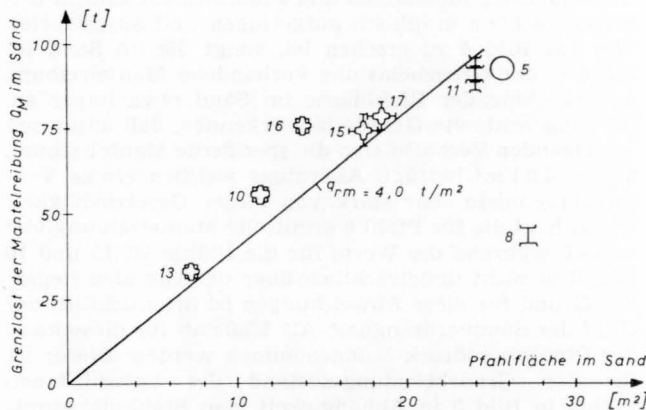


Bild 4. Grenzlast der Mantelreibung in Abhängigkeit der Pfahlfläche im Sand

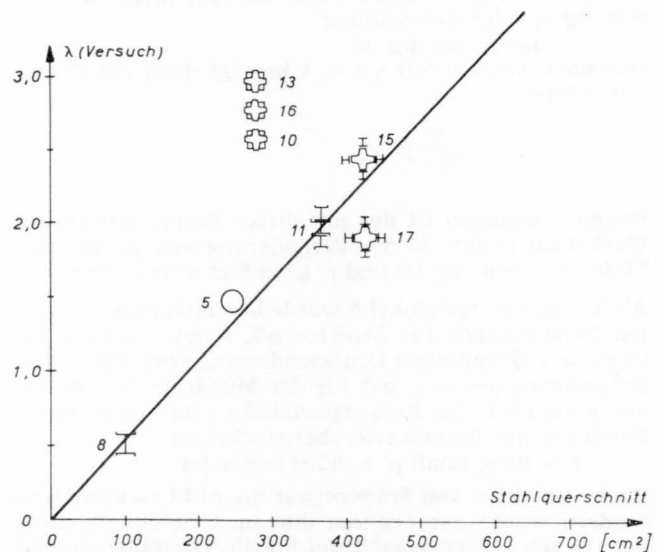


Bild 5. Einfluß des Stahlquerschnitts auf den Beiwert des Pfahlseitendruckes

Werten, so fällt auf, daß die Genauigkeit dieser Pfahlformeln eine Funktion des aktivierten Pfahlseitendruckes ist. In Bild 6 ist auf der Ordinate der Sicherheitsgrad aufgetragen, der in die einzelnen Pfahlformeln einzusetzen ist, um Übereinstimmung mit der aus den Probelastungen bei zweifacher Sicherheit ermittelten zulässigen Belastung Q_{zul} zu erhalten. Dieser ist dem Pfahlseitendruck λ gegenübergestellt. Aus diesem Bild wird deutlich, daß die nach dem Verfahren von Schenck ermittelten Grenzbelastungswerte bei Ansatz der allgemein üblichen zweifachen Sicherheit auch bei einem Seitendruck, der nur etwa halb so groß wie der passive Erddruck ist, noch genügend auf der sicheren Seite liegen. Erst bei noch kleineren λ -Werten muß ein höherer Sicherheitsgrad gewählt werden.

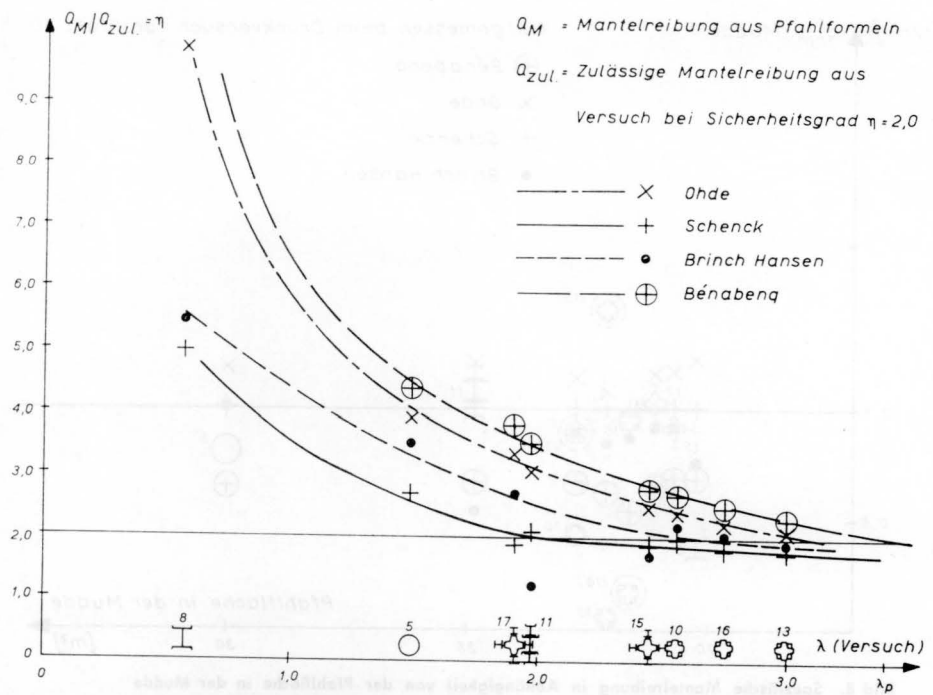


Bild 6. Abhängigkeit des in die Pfahlformeln einzusetzenden Sicherheitsgrades vom Beiwert des Pfahlseitendruckes

Bei den übrigen Verfahren ist mit abnehmendem Pfahlseitendruck ein bedeutend stärkeres Ansteigen des für die Ermittlung der zulässigen Belastung einzusetzenden Sicherheitsgrades festzustellen. Diese Verfahren sind also nur bei einem großen Verdrängungsquerschnitt des Pfahles anwendbar; in vorliegendem Falle kann mit zweifacher Sicherheit gerechnet werden, wenn der passive Erddruck bei Anwendung des Verfahrens von Brinch Hansen zu etwa 75 %, beim Verfahren von Ohde zu 90 % und beim Verfahren von Bénabenq zu 100 % aktiviert ist.

Hauptgrund für die nach dem Verfahren von Ohde, Brinch Hansen und Bénabenq ermittelten, meist zu hohen Grenz-Zugbelastungen ist offensichtlich die Tatsache, daß die spezifische Mantelreibung q_{rm} nach diesen Verfahren mit zunehmender Pfahlänge linear anwächst. In Bild 7 sind die mit den Pfahlformeln errechneten q_{rm} -Werte den durch die Zugversuche ermittelten Werten gegenübergestellt. Die eingezeichnete strichpunktierte Gerade zeigt das durchschnittliche Ansteigen der q_{rm} -Werte nach den vorstehenden Verfahren, während — wie bereits aus Bild 4 zu erkennen war — für die Gesamtheit der probebelasteten Pfähle ein mittleres $q_{rm} \sim 4,0 \text{ t/m}^2$ als kennzeichnend angesehen werden kann. Dieser Wert trifft, wie erwähnt, nicht für Pfahl 8 zu. Wie auch aus dem Ergebnis des Druckversuches zu erkennen ist, scheint dieser Pfahl — zumindest mit dem größten Teil seines Mantels — in einem besonders locker gelagerten Erdreich

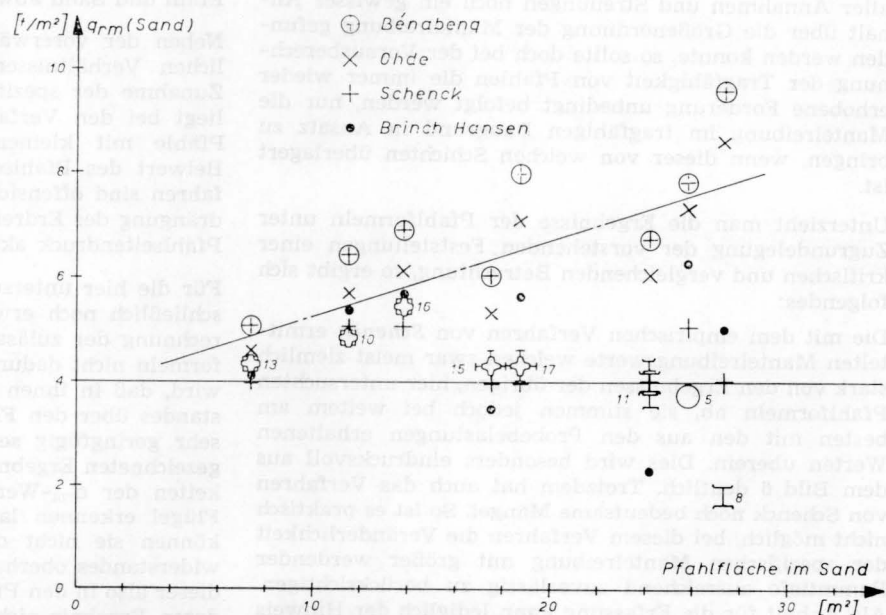


Bild 7. Abhängigkeit der spezifischen Mantelreibung von der Pfahlfläche im Sand

zu stehen, so daß auch an dieser Tatsache seine besonders kleine Mantelreibung erklärt werden kann.

In Bild 8 sind die aus den Zugversuchen, Messungen und Pfahlformeln erhaltenen q_{rm} -Werte für die Mudd-Schicht aufgetragen. Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß lediglich die für die Pfähle 13, 10 und 16 angegebenen Werte exakt durch Messungen bestimmt wurden. Gerade diese weichen jedoch sehr stark voneinander ab, ohne daß sich dafür ein plausibler Grund erkennen läßt. Der für Pfahl 16 ermittelte Wert deckt sich weitgehend mit den für die Pfähle 5, 11, 15 und 17 geschätzten Werten

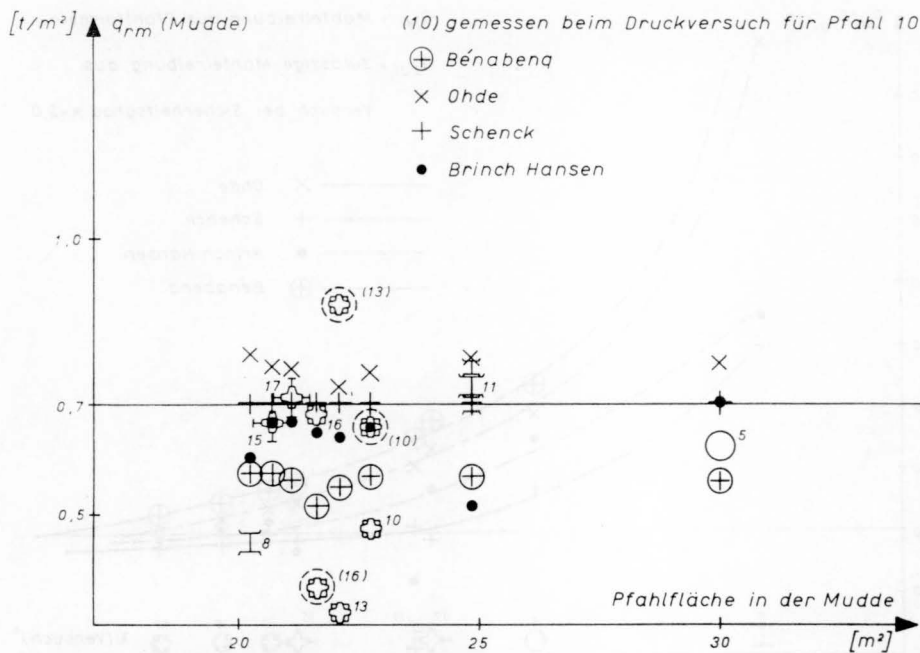


Bild 8. Spezifische Mantelreibung in Abhängigkeit von der Pfahlfläche in der Mudde

und entspricht etwa den Ergebnissen der hier untersuchten Pfahlformeln. Auch wenn im vorliegenden Falle trotz aller Annahmen und Streuungen noch ein gewisser Anhalt über die Größenordnung der Mantelreibung gefunden werden konnte, so sollte doch bei der Vorausberechnung der Tragfähigkeit von Pfählen die immer wieder erhobene Forderung unbedingt befolgt werden, nur die Mantelreibung im tragfähigen Baugrund in Ansatz zu bringen, wenn dieser von weichen Schichten überlagert ist.

Unterzieht man die Ergebnisse der Pfahlformeln unter Zugrundelegung der vorstehenden Feststellungen einer kritischen und vergleichenden Betrachtung, so ergibt sich folgendes:

Die mit dem empirischen Verfahren von Schenck ermittelten Mantelreibungswerte weichen zwar meist ziemlich stark von den Ergebnissen der übrigen, hier untersuchten Pfahlformeln ab, sie stimmen jedoch bei weitem am besten mit den aus den Probelastungen erhaltenen Werten überein. Dies wird besonders eindrucksvoll aus dem Bild 6 deutlich. Trotzdem hat auch das Verfahren von Schenck noch bedeutsame Mängel. So ist es praktisch nicht möglich, bei diesem Verfahren die Veränderlichkeit der spezifischen Mantelreibung mit größer werdender Rammtiefe ausreichend zuverlässig zu berücksichtigen. Als Anhalt für die Erfassung kann lediglich der Hinweis dienen, daß bei größerer Tiefenlage der tragfähigen Schicht die höheren q_{rm} -Werte der Tabelle in die Formeln eingesetzt werden sollen. Aus den Ergebnissen der vorliegenden Probelastungen kann entnommen werden, daß diese Angabe nur beschränkte Gültigkeit besitzt. Voraussetzung dafür scheint ein bestimmter Aktivierungsgrad des passiven Erddruckes zu sein, der einmal vom Verdrängungsquerschnitt des Pfahles und zum anderen von der Lagerungsdichte des nicht bindigen Baugrundes beeinflußt wird. Wie aus Bild 6 und 7 zu ersehen ist, sind Kastenpfähle mit Flügeln nach den vorliegenden Ergebnissen der Zugversuche für Pfahl 15 und 17 bei der Vorausberechnung der Mantelreibung als Trägerpfähle zu betrachten, da die in Abschnitt 7.12 festgelegte spezifische Mantelreibung von $q_{rm} = 4,0 \text{ t/m}^2$ recht gut mit den aus den Versuchen ermittelten Werten übereinstimmt.

Die mit den Verfahren von Brinch Hansen errechneten Mantelreibungswerte streuen beträchtlich, wie aus Bild 7 besonders deutlich zu ersehen ist. Die Ursache ist darin zu suchen, daß nach seinem Verfahren bei Trägerpfählen nicht der abgewinkelte, sondern der umrissene Umfang angesetzt werden darf. Dies führt in zwei Fällen zu viel zu kleinen Werten. Bei Ansatz des abgewinkelten Pfahlumfanges würden sich die Werte für die Trägerpfähle 11, 15 und 17 einer eindeutig festlegbaren Kurve anpassen. Es läßt sich im übrigen nachweisen, daß die Gleitfläche am Pfahl im Zustand der Grenzbelastung im wesentlichen in der Berührungsfläche zwischen Sand und Pfahl liegen muß, da bei einer Lage im Sand der Reibungswert des Sandes wirksam wird. Die Gesamtreibung im Pfahlbereich wird dann mit zunehmender Länge der Gleitfläche im Sand sehr rasch größer. Da sich eine Gleitfläche mit dem

kleinsten Gleitwiderstand ausbilden wird, kann diese höchstens geringfügig von der Berührungsfläche zwischen Pfahl und Sand abweichen.

Neben der vorerwähnten, nicht immer mit den wirklichen Verhältnissen übereinstimmenden Tatsache der Zunahme der spezifischen Mantelreibung mit der Tiefe liegt bei den Verfahren von Ohde und Bénaberg für Pfähle mit kleinem Stahlquerschnitt der errechnete Beiwert des Pfahlseitendruckes λ zu hoch. Diese Verfahren sind offensichtlich für Pfähle mit stärkerer Verdrängung des Erdreiches aufgestellt, bei denen ein hoher Pfahlseitendruck aktiviert wird.

Für die hier untersuchten Stahlpfähle mit Flügeln muß schließlich noch erwogen werden, ob für diese die Berechnung der zulässigen Zugkraft mit Hilfe von Pfahlformeln nicht dadurch unvollkommen und unzuverlässig wird, daß in ihnen nicht der Einfluß des Spitzenwiderstandes über den Flügeln erfaßt ist. Dieser muß jedoch sehr geringfügig sein, da sich für die in Bild 7 aufgezeichneten Ergebnisse der Zugversuche keine Unstetigkeiten der q_{rm} -Werte zwischen Pfählen mit und ohne Flügel erkennen lassen. Soweit diese vorhanden sind, können sie nicht durch das Auftreten eines Spitzenwiderstandes oberhalb der Flügel erklärt werden. Wenn dieser also in den Pfahlformeln vernachlässigt wird, wird deren Ergebnis nicht im entscheidenden Maße in seiner Zuverlässigkeit beeinträchtigt.

Überprüfung der Brauchbarkeit von Pfahlformeln an Hand von Probelastungen und Messungen an Stahlpfählen

Dipl.-Ing. Siegfried Jänke

7.2 Ermittlung des Spitzenwiderstandes 7.21 In die Pfahlformeln eingesetzte Zahlenwerte

In Tafel 2 sind die Ergebnisse der Druckversuche für 15 Pfähle verschiedenen Querschnitts und verschiedener Länge zusammengestellt. Ähnlich wie bei den Zugversuchen wurde bei den Druckversuchen als Grenzbelastung die Belastung angenommen, bei der sich eine bleibende Setzung von etwa 20 mm ergab. Bei einigen Pfählen wurde die Grenzbelastung nicht erreicht. Begründet war das bei den Pfählen 5, 12 und 15 dadurch, daß die Hilfspfähle nachgaben und somit eine Steigerung

der Belastung nicht mehr möglich war. Bei den Pfählen 10 und 16 wurde die Probelastung bereits bei bleibenden Setzungen von 6 bzw. 12 mm abgebrochen, ohne daß dafür ein Grund aus den Versuchsunterlagen zu ersehen ist. Für die vorstehend aufgeführten 5 Pfähle wurde die Grenzbelastung mit Hilfe eines von Skempton veröffentlichten Diagrammes durch Extrapolation ermittelt [8]. Da dieses für Beton-Rammpfähle aufgestellt wurde, wurde es zunächst anhand der vorliegenden Last-Senkungs-Diagramme für die bis zur Grenzlast beanspruchten Pfähle auf seine Brauchbarkeit für Stahlpfähle überprüft. Die Abweichungen der nach Skempton auf Grund

Pfahltragfähigkeit und Spitzenwiderstand aus Probelastungen und erdstatischen Berechnungen

Tafel 2

Pfahlnummer	Länge im Sand	Spitzenfläche	Rammenergie	Eindringtiefe/letzte Hitze	Grenz-Zugbelastung	Grenz-Druckbelastung	aus Versuch		nach Schenk			nach Ohde			nach Brinch Hansen			nach Bénabenq			Aus Rammformeln
							Spitzendruck	Spitzenwiderstand je Flächeneinheit	Grenz-Druckbelastung	Spitzendruck	Spitzenwiderstand	Grenz-Druckbelastung	Spitzendruck	Spitzenwiderstand	Grenz-Druckbelastung	Spitzendruck	Spitzenwiderstand	Grenz-Druckbelastung	Spitzendruck	Spitzenwiderstand	
Bezeichn.	L _s	F	R·h	t	Q _M	Q _G	Q _S	q _s	Q _G	Q _S	q _s	Q _G	Q _S	q _s = $\frac{Q_S}{A_s} \cdot P_s$	Q _G	Q _S	q _s = $\frac{Q_S}{3Nq \cdot P_s}$	Q _G	Q _S	q _s = $\frac{Q_S}{V_s \cdot P_s}$	Q _t
Dimension	m	m ²	mt	cm	t	t	t	t/m ²	t	t	t/m ²	t	t	t/m ²	t	t	t/m ²	t	t	t/m ²	t
13	4,5	0,192	1700	7	40	135	100	520	141	96	500	73	23	120	141	96	500	65	15	78	200
10	7,0	0,192	2250	12	66	$\frac{108}{86}$	20	$\frac{220}{104}$	157	96	500	114	31	161	205	129	672	108	20	104	159
16	8,5	0,192	2574	17,5	91	$\frac{130}{108}$	17	$\frac{203}{90}$	167	96	500	134	34	177	233	142	740	129	22	115	128
5	11,6	0,396	11400	0,5	114	230	116	293	324	198	500	298	89	225	558	368	932	284	57	144	310
8	14,3	0,097	4600	14	53	101	48	495	162	29	300	264	25	259	251	106	1095	291	17	176	135
11	7,65	0,327	3990	5	110	253	143	381	212	98	300	248	55	169	298	230	701	211	35	107	220
15	5,4	0,310	5440	3	88	260	172	555	240	155	500	147	40	129	236	160	516	143	25	81	268
17	7,45	0,310	10450	2	93	272	179	577	245	155	500	200	52	168	331	212	684	194	33	106	277
3	5,4	0,396	1820	9	* (75)	150	(75)	(190)	273	198	500	151	56	142	311	216	570	131	35	88	175
6	6,3	0,097	1040	20	* (65)	66	—	—	104	29	300	95	15	153	99	54	560	92	8	83	130
7	4,15	0,327	1380	10	* (89)	165	(76)	(232)	187	98	300	120	39	119	210	160	490	119	25	76	150
9	5,88	0,327	2030	8	* (102)	135	(33)	(101)	200	98	300	165	47	144	269	195	595	156	30	92	157
12	3,6	0,310	2200	4	* (73)	230	(157)	(507)	228	155	500	111	34	113	198	142	460	102	22	69	225
14	9,25	0,097	1870	14	* (86)	104	(18)	(186)	125	39	300	152	18	174	155	77	731	156	12	112	141
4	4,64	0,306	9655	6	* (43)	110	(67)	(210)	135	92	300	115	47	154	237	191	625	99	29	93	

* errechnet mit $Q_M = 0,7 \cdot (U \cdot l)_{MUDE} + 4,0 \cdot (U \cdot l)_{SAND}$

der Lastsenkungsdiagramme ermittelten Grenzbelastungen von den durch Probebelastung festgestellten schwankten zwischen + 5 % und - 30 %. Da somit die mittlere Abweichung bei - 10% liegt, kann das Verfahren von Skempton auch für Stahlpfähle als hinreichend sicher angesehen werden.

Der Spitzenwiderstand von Pfählen errechnet sich nach Gl. 1 und 6 zu

$$Q_s = \psi_s \cdot p_s \cdot F$$

F ist die durch die Umrißlinie des Pfahlquerschnitts eingeschlossene Pfahlaufstandsfläche.

Schenk faßt in seiner Pfahlformel den Spitzendruckbeiwert ψ_s und die Erdauflast p_s in Höhe der Pfahlspitze zu dem Wert

$$q_s = \psi_s \cdot p_s$$

zusammen und gibt dafür getrennt für Kasten- und Trägerform q_s -Werte an, die zwischen 300 und 700 t/m² liegen. Er weist dabei darauf hin, daß Trägerpfähle mindestens 5 m tief in die tragfähige Schicht einzurammen sind. Für diese Mindestrammtiefe ist dann $q_s = 300\text{--}500$ t/m². Für die Kastenform beträgt dieser Wert für Rammtiefen > 4 m $q_s = 500\text{--}700$ t/m². Für Rammtiefen von 3—4 m ist $q_s = 300\text{--}400$ t/m² angegeben. Diese q_s -Werte sollen um so höher in Ansatz gebracht werden, je größer die Lagerungsdichte ist und je tiefer die Pfahlspitze liegt. Wie aus dem vorstehenden Überblick zu ersehen ist, ist eine eindeutige Festlegung des q_s -Wertes durch das Fehlen exakter Angaben über die Abhängigkeit dieses Wertes von der Lagerungsdichte und Pfahlspitzentiefe sehr erschwert. In vorliegendem Falle wurde daher zunächst für die Kastenform mit $q_s = 500$ t/m² und für die Trägerform mit $q_s = 300$ t/m² gerechnet.

Nach dem Verfahren von Brinch Hansen beträgt der Spitzendruck gemäß Gl. 6

$$Q_s = 3 \cdot N_q \cdot p_s \cdot F$$

N_q wurde dem von Brinch Hansen in Lit. [5], S. 228 angegebenen Diagramm für einen Reibungswinkel $\varrho = 32^\circ$ entnommen und mit $N_q = 23$ in die obige Gleichung ein-

gesetzt. p_s wurde mit den in Abschnitt 7.11 für die Mude- und Sandschicht angegebenen Werten errechnet. Der Spitzendruckbeiwert ψ_s wurde bei dem Verfahren von Ohde mit Hilfe der Gl. 9 und den in Abschnitt 7.11 angegebenen Werten bestimmt.

Beim Verfahren von Bénabenq wurde ψ_s mit Gl. 8 bestimmt, in die als Reibungswinkel $\varrho = 32^\circ$ eingesetzt wurde.

7.22 Vergleich der errechneten Spitzendruckwerte mit den Ergebnissen der Probebelastungen und Messungen

In Bild 9 ist der mit Hilfe der Pfahlformeln errechnete Spitzendruck den aus den Probebelastungen erhaltenen Werten gegenübergestellt. Dabei ist der Spitzendruck in Abhängigkeit der Belastung $p_s \cdot F$ dargestellt, die in der Tiefe der Pfahlspitze durch die Erdauflast wirksam ist. Der sich aus den Probebelastungen ergebende Spitzendruck wurde bei den Pfählen, für die ein Zugversuch durchgeführt wurde, aus der Differenz zwischen der Grenzbelastung Q_G beim Druckversuch und der Grenzbelastung Q_M beim Zugversuch errechnet, soweit nicht die Ergebnisse der Messungen mit Dehnungsmeßstreifen zur Verfügung standen. Bei den Pfählen, für die lediglich ein Druckversuch durchgeführt wurde, erfolgte die Berechnung des Spitzendruckes aus der Formel

$$Q_s = Q_G - (4,0 \cdot U \cdot l_s + 0,7 U \cdot l_{Mu}).$$

Dabei ist l_s und l_{Mu} die Länge des Pfahles im Sand bzw. in der Mude. Die Konstanten 4,0 und 0,7 sind spezifische Mantelreibungswerte für die Sand- bzw. Muddeschicht, die aus den Bildern 7 und 8 als mittlere Werte für diese Schichten entnommen worden sind.

Aus Bild 9 ist klar zu erkennen, daß der Spitzendruck von Trägerpfählen mit anwachsendem $p_s \cdot F$ viel stärker zunimmt als der Spitzendruck von Kastenpfählen. Für die Kastenform ist ein erheblicher Unterschied im Spitzendruck zwischen Kastenpfählen mit und ohne Flügel festzustellen, während bei der Trägerform bei gleichem $p_s \cdot F$ -Wert für Pfähle mit und ohne Flügel der Spitzendruck offensichtlich gleich groß ist. Kastenpfähle mit Flügeln schließen sich jedoch an die Gerade für Trägerpfähle in Bild 9 an, wenn als Pfahlaufstandsfläche die durch den Umkreis um das gesamte Profil eingeschlossene Fläche in Rechnung gestellt wird. Daß diese Annahme den tatsächlichen Gegebenheiten entspricht, erscheint durchaus als denkbar.

Vergleicht man die Ergebnisse der Pfahlformeln mit denen der Probebelastungen, so ist folgendes festzustellen:

Das Verfahren von Schenk führt im vorliegenden Fall für Trägerpfähle beim Ansatz des konstanten q_s -Wertes zu einem Spitzendruck, der etwa in der Mitte der durch Probebelastungen erhaltenen Spitzendrücke liegt. Für Pfähle mit verhältnismäßig kleiner Rammtiefe ist der nach Schenk ermittelte Wert also zu groß, für größere Rammtiefen zu klein. Für Kastenpfähle mit Flügeln liegt der

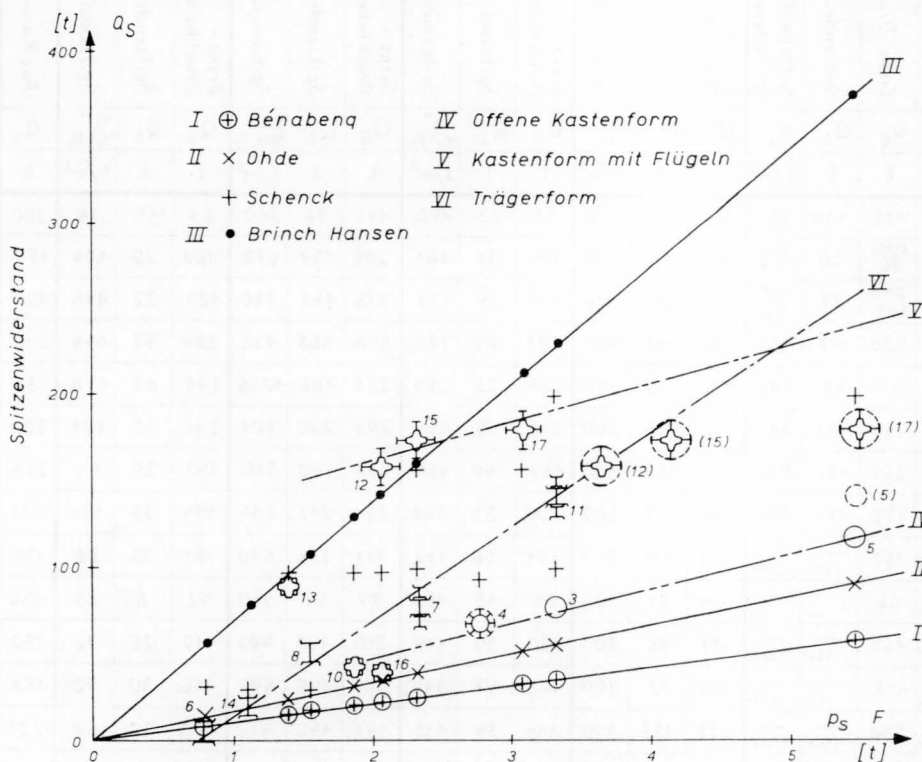


Bild 9. Abhängigkeit des Spitzenwiderstandes von der in Pfahlspitzentiefe wirkenden Erdauflast

Spitzendruck geringfügig tiefer, als er aus dem Druckversuch erhalten wurde. Für Kastenpfähle ohne Flügel werden nach Schenck viel zu hohe Spitzendrücke errechnet, wie für Pfahl 3, 5, 10 und 16 ersichtlich wird. Der Kastenpfahl 13 kann für diese Betrachtung nicht herangezogen werden, da seine Spitze offensichtlich über einer Gerölleinlagerung steht und somit ein außergewöhnlich hoher Spitzenwiderstand vorhanden ist.

Das Verfahren von *Brinch Hansen* liefert lediglich für Kastenpfähle mit Flügeln einigermaßen zutreffende Werte. Auch wenn die Zunahme des Spitzendruckes mit der Tiefe nach *Brinch Hansen* etwa mit der Zunahme des aus Versuchen mit Trägerpfählen ermittelten Spitzendruckes übereinstimmt, so liegen doch die nach diesem Verfahren errechneten Werte so viel höher als der tatsächliche Spitzendruck der Trägerpfähle sowie der Kastenpfähle ohne Flügel, daß diese Pfahlformel für diese Pfahlarten nicht als brauchbar angesehen werden kann.

Die mit Hilfe der Pfahlformel von *Ohde* ermittelten Spitzendruckwerte entsprechen in der Tendenz ihrer Zunahme mit anwachsendem $p_s \cdot F$ den tatsächlichen Spitzendrücken der Kastenpfähle. Sie liegen jedoch etwas tiefer als die aus Probelastungen ermittelten Werte für Kastenpfähle ohne Flügel und sind so viel kleiner als die für Kastenpfähle mit Flügeln festgestellten Spitzendrücke, daß sie für Tragfähigkeitsberechnungen der letzteren nicht verwendet werden können. Das Gleiche gilt für die Berechnung von Trägerpfählen, für die zwar bei $p_s \cdot F \sim 1 t$ der Spitzendruck nach der *Ohde'schen* Formel mit dem aus Probelastungen gewonnenen Wert übereinstimmt, mit zunehmendem $p_s \cdot F$ sind die Unterschiede zwischen beiden Werten bald so groß, daß die Pfahlformel von *Ohde* unbrauchbar wird.

Die von *Bénabenq* aufgestellte Formel für den Spitzendruck liefert noch bedeutend kleinere Werte als die Pfahlformel von *Ohde*, so daß sie höchstens für Tragfähigkeitsberechnungen von Kastenpfählen ohne Flügel und Trägerpfählen bei $p_s \cdot F < 1 t$ mit ausreichendem Genauigkeitsgrad angewendet werden kann. Dieser $p_s \cdot F$ -Wert ist jedoch gleichbedeutend mit einer sehr kleinen Rammtiefe, die eine viel zu kleine Tragfähigkeit des Pfahles gewährleisten würde. Die Formel ist daher für die Berechnung des Spitzendruckes von Stahlpfählen praktisch unbrauchbar. Die Formel von *Bénabenq* für den Spitzendruckbeiwert ψ_s (Gl. 8) würde einigermaßen zutreffende Werte liefern, wenn für Kastenpfähle ohne Flügel der darin enthaltene Exponent von 4 auf 5 und für Träger- sowie für Kastenpfähle mit Flügeln dieser Exponent von 4 auf 6 erhöht würde.

Vergleicht man die in den Spitzendruckformeln von *Brinch Hansen* und *Ohde* enthaltenen Glieder, so ist festzustellen, daß der Faktor N_q von *Brinch Hansen* mit Hilfe der Gleitflächentheorie, der Faktor ψ_s von *Ohde* mit Hilfe der Verdrückungstheorie bestimmt wird. Da bekanntlich die Gleitflächentheorie für sehr tief liegende Gründungsflächen zu große Tragfähigkeitswerte liefert, ist es nicht verwunderlich, daß die Spitzendruckwerte von *Brinch Hansen* im allgemeinen bedeutend höher

liegen als die aus Probelastungen ermittelten. Eine gewisse Übereinstimmung könnte für Kastenpfähle mit Flügeln dann gegeben sein, wenn als Pfahlaufstandsfläche nicht die durch den Umkreis eingeschlossene Fläche, sondern die durch die Umrißlinie des Pfahlquerschnittes eingeschlossene Aufstandsfläche in Rechnung gestellt wird. Diese Feststellung könnte neben anderen Überlegungen zu der Schlußfolgerung führen, daß mit der Umkreisfläche gerechnet werden sollte, da nicht einzusehen ist, daß gerade für die Berechnung des Spitzendruckes dieser Pfähle die Bedingungen der Gleitflächentheorie zutreffend sind. — Die Ursache für die Tatsache, daß die nach der Verdrückungstheorie errechneten Werte zu tief liegen, ist darin zu suchen, daß *Ohde* bei der Aufstellung dieser Theorie nicht alle den Verdrückungswiderstand bestimmenden Einflüsse erfaßt hat. Daher liefert auch seine auf der gleichen Formel aufgebaute Theorie für die Tragfähigkeitsberechnungen von Flachgründungen (Lit. 1, S. 925, Gl. 100) zu kleine Werte. Die von ihm begonnene Weiterentwicklung der Verdrückungstheorie konnte er infolge seines plötzlichen Ablebens nicht zu Ende führen. Diese Aufgabe wurde von *Wendt* (Forschungsanstalt für Schifffahrt, Wasser- und Grundbau, Berlin) erfolgreich beendet, der mit Hilfe dieser verbesserten Theorie bedeutend höhere Tragfähigkeitswerte erhielt. Es ist zu hoffen, daß diese auch in einer entsprechenden Pfahlformel Anwendung finden wird.

In Bild 10 ist die Abhängigkeit des aus den Probelastungen ermittelten spezifischen Spitzendruckes q_s von der Rammtiefe im Sand dargestellt, um einen Überblick über die Zuverlässigkeit der von *Schenck* angegebenen q_s -Werte zu erhalten. Dieses Bild zeigt zunächst einmal eindeutig die gleichlaufenden Tendenzen für die Erhöhung der q_s -Werte für Pfähle mit und ohne Flügel, wobei — ähnlich wie in Bild 9 — die q_s -Werte für Trägerpfähle mit zunehmender Rammtiefe viel rascher ansteigen als für Kastenpfähle. Bei der Betrachtung der Trägerpfähle ohne Flügel zeigt sich, daß der von *Schenck* angegebene Minimalwert $q_s = 300 t/m^2$ erst bei einer Rammtiefe im Sand von 11 m erreicht wird. Auch Trägerpfähle mit Flügeln müssen bei dem hier vorhandenen locker gelagerten Sand mindestens 6 m tief gerammt werden, bis die Tafelwerte von *Schenck* zutreffen. Die Bestimmungsgleichung der Trägerpfähle mit

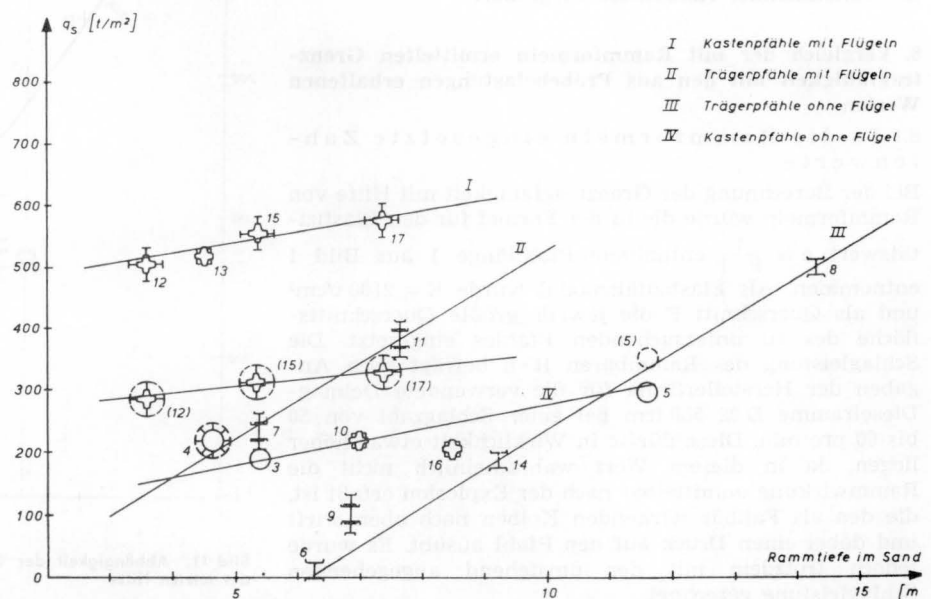


Bild 10. Einfluß der Rammtiefe im Sand auf den spezifischen Spitzendruck

Flügeln lautet auf Grund der Probelastungsergebnisse:

$$q_s = 54 \cdot t_s - 25 \quad (\text{t/m}^2),$$

wobei t_s = Rammtiefe im Sand in m. Der spezifische Spitzendruck der Trägerpfähle ohne Flügel errechnet sich zu:

$$q_s = 63 \cdot t_s - 385 \quad (\text{t/m}^2).$$

Bei der Vergrößerung der Rammtiefe von Trägerpfählen um 1 m nimmt also der q_s -Wert um rund 60 t/m^2 zu. Bedeutend geringer ist die entsprechende Zunahme bei Kastenpfählen. Für Kastenpfähle mit Flügeln lautet die Bestimmungsgleichung:

$$q_s = 10 \cdot t_s + 256 \quad (\text{t/m}^2),$$

für Kastenpfähle ohne Flügel

$$q_s = 20 \cdot t_s + 73 \quad (\text{t/m}^2).$$

Für diese Kastenpfähle beträgt also die Erhöhung des Spitzendrucks nur i. M. 15 t/m^2 je Meter Vergrößerung der Rammtiefe. Die Gleichung für Kastenpfähle mit Flügeln gilt — wie aus Bild 10 zu ersehen ist — nur unter der Voraussetzung, daß als Pfahlaufstandsfläche die Umkreisfläche angesetzt wird. Die q_s -Werte liegen dann bei 300 t/m^2 , wenn der Pfahl etwa 5 m tief in Sand einbindet. Bei ungefähr gleicher Rammtiefe beträgt der q_s -Wert für Kastenpfähle ohne Flügel 200 t/m^2 und ist damit beträchtlich kleiner, als von Schenck angegeben wurde. Der von ihm angeführte Wert $q_s = 500 \text{ t/m}^2$ wird bei den vorliegenden Baugrundverhältnissen nur von Kastenpfählen mit Flügeln erreicht, wenn als Pfahlaufstandsfläche die von den Umrißlinien der einzelnen Profileile umschriebene Fläche angesetzt wird.

Zusammenfassend kann über die Zuverlässigkeit der hier untersuchten Pfahlformeln zur Bestimmung des Spitzendrucks folgendes festgestellt werden:

Während die von *Brinch Hansen* angegebene Pfahlformel viel zu hohe Spitzendruckwerte ergibt, da sie auf der für Pfähle nicht zutreffenden Gleitflächentheorie aufgebaut ist, liefert die Formel von *Ohde* zu kleine Werte, da die von ihm benutzte Verdrückungstheorie nicht alle den Verdrückungswiderstand bestimmenden Einflüsse berücksichtigt. Noch weniger brauchbar ist die Formel von *Bénabou*, mit der sich viel zu kleine Werte errechnen. Jedoch auch das Verfahren von *Schenck* ist nur bedingt zuverlässig, da einmal die von ihm angegebenen q_s -Werte für die meisten der hier überprüften Pfähle zu hohe Spitzendrücke ergeben und zum anderen konkrete Angaben darüber fehlen, in welchem Maße sich der q_s -Wert mit zunehmender Rammtiefe vergrößert.

8. Vergleich der mit Rammformeln ermittelten Grenztragfähigkeit mit den aus Probelastungen erhaltenen Werten

8.1 In die Rammformeln eingesetzte Zahlenwerte

Bei der Berechnung der Grenztragfähigkeit mit Hilfe von Rammformeln wurde die in der Formel für den Elastizitätswert $e = \frac{1}{E \cdot F}$ enthaltene Pfahllänge l aus Bild 1 entnommen. Als Elastizitätsmodul wurde $E = 2100 \text{ t/cm}^2$ und als Querschnitt F die jeweils größte Querschnittsfläche des zu untersuchenden Pfahles eingesetzt. Die Schlagleistung des Rammbaren $R \cdot h$ beträgt nach Angaben der Herstellerfirma für die verwendete Delmag-Dieselramme D 22 550 tcm bei einer Schlagzahl von 50 bis 60 pro min. Diese dürfte in Wirklichkeit etwas höher liegen, da in diesem Wert wahrscheinlich nicht die Rammwirkung unmittelbar nach der Explosion erfaßt ist, die den als Fallbar wirkenden Kolben nach oben wirft und dabei einen Druck auf den Pfahl ausübt. Es wurde jedoch trotzdem mit der umstehend angegebenden Schlagleistung gerechnet.

Die für die einzelnen Pfähle aufgewandte Rammenergie und die für die letzte Hitze festgestellte Eindringung sind in Tafel 2 angegeben.

Für die Entscheidung der Frage, ob für den zu untersuchenden Pfahl die Grenzbelastung mit einer Rammformel für den unelastischen oder teilweise elastischen Stoß zu berechnen ist, war die Überlegung maßgebend, daß ein teilweise elastischer Stoß nur bei größerem Eindringwiderstand auftreten kann. Als Stoßzahl wurde in der *Stern'schen* Formel $K = 0,65$ eingesetzt.

8.2 Aus dem Vergleich der Rammformeln mit den Probelastungen erhaltene Ergebnisse und Folgerungen

Aus den Untersuchungen, bei welchem Eindringwiderstand die Grenze zwischen unelastischem und teilweise elastischem Stoß angesetzt werden kann, ergab sich eine Eindringtiefe von 7 cm in der letzten Hitze. Bei größerer Eindringtiefe brachte die Formel von *Redtenbacher*, bei kleinerer die Formel von *Stern* bessere Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Probelastung. Eine Ausnahme bildete dabei der Pfahl 12 wegen seiner geringen Einbindetiefe in den Sand.

In Bild 11 sind die aus den Probelastungen erhaltenen Werte den mit den beiden Rammformeln errechneten Werten gegenübergestellt. Die eingezeichnete Kurve wurde aus den Probelastungswerten ermittelt. Diese weichen von ihr im allgemeinen höchstens um 20 % ab, mit Ausnahme der Pfähle 5, 13, 9 und 16. Danach müßte Pfahl 13 eine bedeutend größere Tragfähigkeit besitzen; dies ist auch aus dem Ergebnis der Rammformel zu ersehen. Seine niedrige Grenzbelastung könnte daraus erklärt werden, daß das mit Sicherheit als Rammhindernis unter der Spitze anstehende Geröll bei der Probelastung stärker nachgegeben hat, da Geröll unter statischer Belastung bedeutend kompressibler ist als feinkörniges

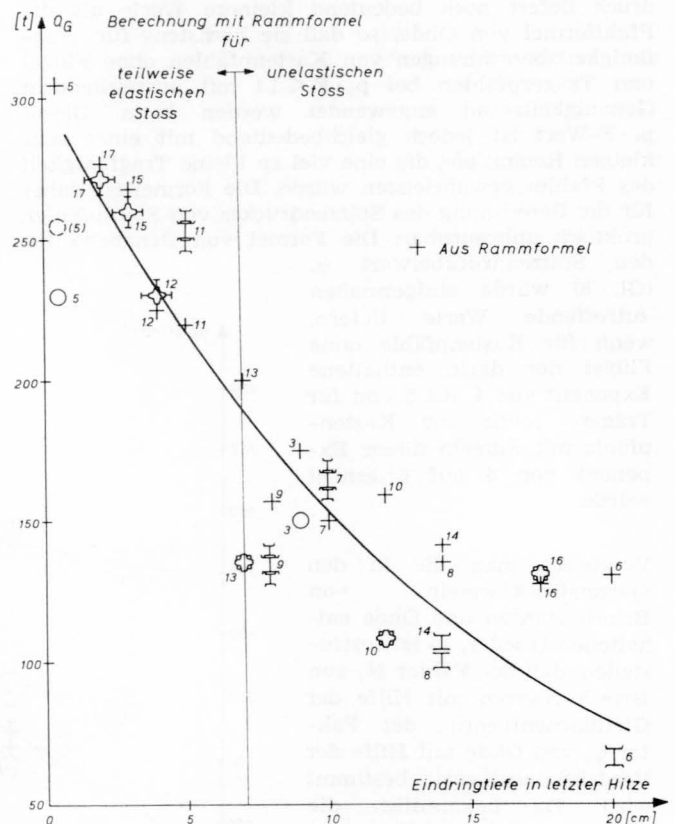


Bild 11. Abhängigkeit der Grenztragfähigkeit von der Eindringtiefe in der letzten Hitze

rolliges Material. Da die Grenzbelastung des Pfahles 5 bei der Probelastung nicht erreicht werden konnte und daher nach dem Verfahren von Skempton ermittelt wurde, kann angenommen werden, daß diese in Wirklichkeit größer als 230 t ist. Sie könnte nach der für die vorliegenden Probelastungen gefundenen Streuung dieses Verfahrens von maximal — 30 % (siehe Abschn. 7.21) um etwa 70 t höher liegen und würde dann nur sehr geringfügig von der in Bild 11 eingezeichneten Kurve und dem Ergebnis der Rammformeln abweichen. Doch schon eine Erhöhung der Tragkraft um etwa 10 % würde genügen, um sie in den Streuungsbereich der Kurve des Bildes 11 einzugliedern. Dieser Wert ist als gestrichelter Querschnitt des Pfahles (5) in Bild 11 bei 255 t eingetragen. Auch in den Bildern 9 und 10 ist dieser Wert in entsprechender Weise dargestellt. Aus diesem ist zu ersehen, daß sich mit dieser Änderung an den mit dem Spitzendruck verknüpften Erwägungen und Folgerungen grundsätzlich nichts ändert.

Aus Bild 11 geht hervor, daß der Genauigkeitsgrad der Pfahlformeln mit zunehmender Pfahleindringtiefe in der letzten Hitze kleiner wird. Diese Tatsache wird besonders in Bild 12 deutlich, in dem dieser als Funktion der Eindringtiefe dargestellt ist. Trotz der großen Streuungen

ist klar zu erkennen, daß mit Ausnahme des Pfahles 5, der aus den vorstehenden Gründen auszuklammern ist, bis etwa 4 cm Eindringtiefe die Übereinstimmung zwischen Pfahlformel-Grenzbelastung Q_p und Probelastungsgrenzwert Q_G sehr befriedigend ist und sodann der Genauigkeitsgrad mit zunehmender Eindringtiefe kleiner wird und die Ergebnisse sehr stark streuen. Ein Vergleich mit dem erdstatischen Verfahren von Schenck führt grundsätzlich zu dem gleichen Resultat (ausgezogene Linie in Bild 12).

Betrachtet man die in Bild 11 erkennbaren stärkeren Abweichungen der Probelastungsgrenzwerte von der eingezeichneten mittleren Kurve, so liegt die Annahme nahe, daß diese zumindest teilweise durch gewisse Zufälligkeiten bedingt sind, die die Eindringtiefe in der letzten Hitze beeinflussen. Aus zahlreichen Rammdiagrammen für die hier untersuchten Pfähle geht hervor, daß die Eindringtiefen pro Hitze stark schwanken, so daß bei einem Tieferrammen der Pfähle um ein geringfügiges Maß nach der hier betrachteten „letzten“ Hitze noch Eindringungen festgestellt worden wären, die z. T. nicht unbedeutend kleiner oder größer als jene gewesen wären. Da die für die Rammung eines Pfahles aufgewandte Rammenergie ein ausgeglicheneres Bild bietet, wurden in

Bild 12. Verhältnis zwischen Pfahltragfähigkeit aus Pfahlformeln und aus Probelastungen in Abhängigkeit von der Eindringtiefe in der letzten Hitze

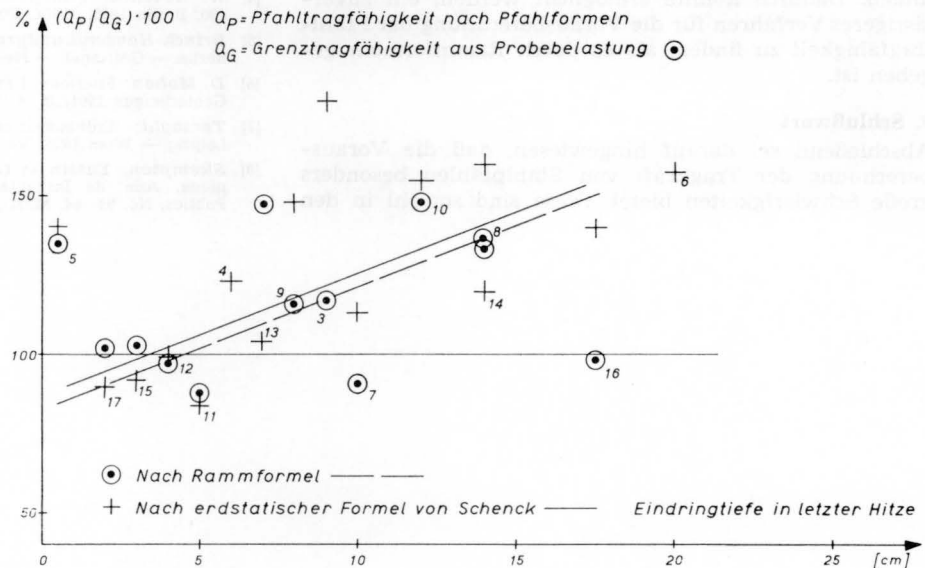


Bild 13. Abhängigkeit der Grenztragfähigkeit vom Verhältnis der aufgewandten Rammenergie zur Eindringtiefe in der letzten Hitze

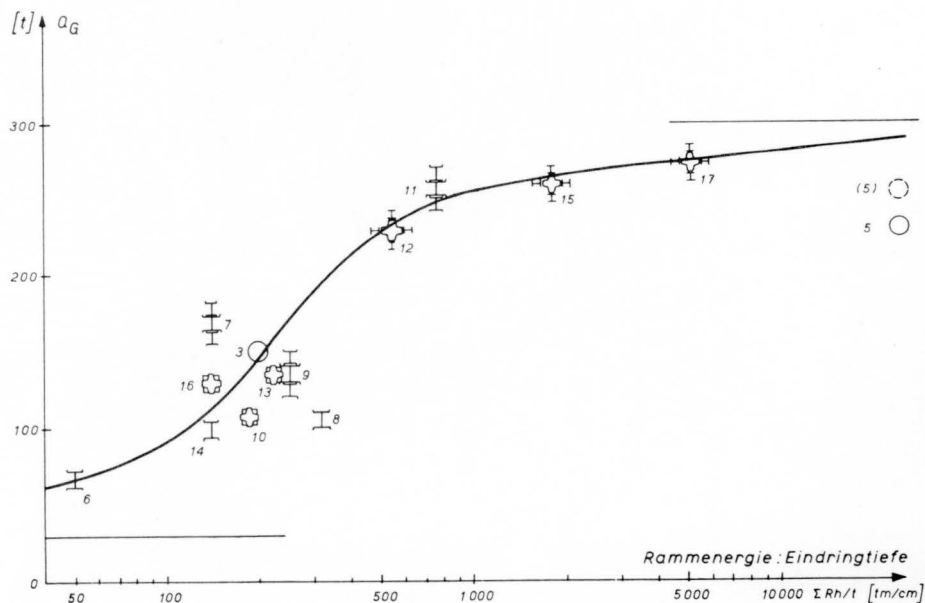


Bild 13 die aus Probelastungen erhaltenen Pfahlgrenzlasten in Abhängigkeit von dem Verhältnis der gesamten Rammenergie eines Pfahles zu dessen Eindringung in der letzten Hitzte dargestellt. Dabei ergibt sich bei einfach logarithmischer Auftragung eine mittlere Kurve, die dem Gaußschen Fehlerintegral entspricht. Stärkere Abweichungen von dieser Kurve finden sich lediglich für Pfahl 5, 7 und 8. Die Grenzlaster von Pfahl 5 liegt aus den oben erwähnten Gründen zu tief. Bei Pfahl 8 wurde offensichtlich eine außergewöhnlich große Rammarbeit geleistet, ohne daß eine entsprechende Tragfähigkeit erreicht werden konnte. Begründet ist dies wahrscheinlich dadurch, daß im Mantelbereich dieses Pfahles sehr locker gelagerter Sand liegt, der nur eine sehr kleine Mantelreibung herbeiführte (siehe Bild 4 und 7). Die verhältnismäßig große Tragfähigkeit des Pfahles 7 ist nicht ohne weiteres erklärbar, da infolge Fehlens eines Zugversuches für diesen Pfahl nicht festzustellen ist, ob Mantelreibung oder Spitzenwiderstand über das normale Maß hinausgehen. Aus Bild 9 lassen sich dafür keinerlei Anhaltspunkte ableiten. Da sich die aus den Probelastungen erhaltenen Tragfähigkeitswerte bis auf die vorstehenden, teilweise erklärbaren Abweichungen der Pfähle 7, 8, und 5 recht gut der in Bild 13 eingezeichneten Kurve anpassen, sollte versucht werden, für andere Pfahlarten und Lagerungsdichten ähnliche Kurven zu finden. Dadurch könnte ermöglicht werden, ein zuverlässigeres Verfahren für die Vorausberechnung der Pfahltragfähigkeit zu finden, als es durch Rammformeln gegeben ist.

9. Schlußwort

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die Vorausberechnung der Tragkraft von Stahlpfählen besonders große Schwierigkeiten bietet. Diese sind sowohl in den

verschiedenen, noch ungelösten erdstatischen Problemen als auch in den dünnen, gegliederten Profilen dieser Pfähle begründet. Wie die vorliegenden Unterlagen zeigen, sind die Streuungen der bei Probelastungen erhaltenen Ergebnisse auch bei dem hier vorhandenen, verhältnismäßig übersichtlichen Baugrund beträchtlich. Es muß daher anhand weiterer Untersuchungen nachgewiesen werden, ob und wie weit die angeführten Schlußfolgerungen verallgemeinert werden dürfen.

Der Hafenubauabteilung Eckernförde des Wasser- und Schifffahrtsamtes Kiel sei bestens gedankt für die Überlassung eines umfassenden und sehr sorgfältig ausgearbeiteten Berichtes, auf dem die vorliegende Arbeit im wesentlichen aufgebaut wurde. Besonderer Dank gebührt schließlich dem Leiter der Abteilung Erd- und Grundbau der Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe, Oberregierungsbaurat *Dr.-Ing. Zweck*, der dem Verfasser wertvolle Anregungen und Hinweise gegeben hat.

LITERATURVERZEICHNIS:

- [1] Hütte, Bd. III, 27. u. 28. Auflage, S. 898 u. 899 und S. 936 bis 938;
- [2] *H. Zweck*: Zur Ermittlung der Tragfähigkeit von Pfählen. Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau, H. 3 u. 4 (1954);
- [3] *J. Ohde*: Zur Gestaltung und Berechnung von Pfahlrosten. Straßen- u. Tiefbau 5 (1951), H. 9, 11 und 12;
- [4] *W. Schenck*: Pfahlgründungen, Grundbautaschenbuch, S. 435 bis 480. Berlin 1955, Wilh. Ernst & Sohn;
- [5] *Brinch-Hansen/Lundgren*: Hauptprobleme der Bodenmechanik. Berlin — Göttingen — Heidelberg 1960, Springer-Verlag;
- [6] *D. Mohan*: Frictional Resistance of Bored Piles in Expansive Clays. Géotechnique 1961, H. 4, S. 294 bis 301;
- [7] *Terzaghi*: Erdbaumechanik auf Bodenphysikalischer Grundlage. Leipzig — Wien 1925, Verlag Franz Deuticke;
- [8] *Skempton, Yassin et Gibson*: Théorie de la force portante des pieux. Ann. de l'Institut Technique du Bâtiment et de Travaux Publics, No. 63—64, März-April 1953, S. 289.