

# HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

---

Conference Paper, Published Version

## **Pfletschinger-Pfaff, Heike; Kayser, Jan; Steeb, Holger Mehrphasen-Modell zur Simulation von Suffosion**

---

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/102370>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

Pfletschinger-Pfaff, Heike; Kayser, Jan; Steeb, Holger (2014): Mehrphasen-Modell zur Simulation von Suffosion. In: Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.): Aktuelle Themen der Geotechnik. Karlsruhe: Herle, Ivo. S. 15-26.

### **Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:**

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.



# Mehrphasen-Modell zur Simulation von Suffosion

**H. Pflöschinger-Pfaff<sup>1</sup>, J. Kayser<sup>1</sup>, H. Steeb<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Bundesanstalt für Wasserbau Karlsruhe, Abteilung Geotechnik

<sup>2</sup>Ruhr-Universität Bochum, Lehrstuhl Kontinuumsmechanik

---

*Die numerische Simulation von interner Bodenerosion wird in diesem Beitrag in einer kontinuumsmechanischen Formulierung vorgestellt. Die mathematische Modellformulierung basiert auf der Betrachtung des Bodens als Mehrphasenmedium unter Berücksichtigung von Bilanzgleichungen für jede Phase. Der Abtrag von Bodenfeinteilen als Prozess der internen Bodenerosion ist in Form eines porositätsabhängigen Austauschterms definiert und ist begrenzt durch den Feinkornanteil im Boden. Die numerische Implementierung des Modells in eine Galerkin Finite Elemente Methode erlaubt Parameterstudien der hydraulischen und mechanischen Bodeneigenschaften. Weitere Arbeitsschritte beinhalten eine detaillierte Modellverifizierung anhand von Versuchen auf unterschiedlichen Skalen.*

## 1 Einleitung

Die Durchsickerung von Erdbauwerken aufgrund hydraulischer Potentialunterschiede beeinflusst deren innere und äußere Stabilität. Die innere Stabilität kann gefährdet sein, wenn Einzelkörner des Bodens im Gesamtbauwerk transportiert werden. Maßgebend für eine Stabilitätssicherung sind sowohl geometrische als auch hydraulische Kriterien, wobei diese bei bestehenden Bemessungsmethoden üblicherweise getrennt voneinander betrachtet werden. Eine Gefährdung der inneren Stabilität von Erdbauwerken liegt insbesondere vor, wenn ein Transport von Feinteilen durch das Korngerüst geometrisch möglich ist (geometrisches Kriterium) und eine ausreichend starke Wasserströmung im Porenraum zur Erosion von Bodenteilen vorhanden ist (hydraulisches Kriterium).

Die interne Bodenerosion tritt hauptsächlich in nicht kohäsiven Böden auf. Als Erosion wird der Transport aller Kornfraktionen eines Bodens bezeichnet. Die Suffosion hingegen bezeichnet den Transport der feinen Kornfraktionen eines Bodens im Porenraum des Korngerüsts der Grobfraktion [MMB13] (Abb. 1). Der Abtrans-

port von Feinpartikeln resultiert in eine lokale Erhöhung der Porosität, die wiederum die lokale hydraulische Durchlässigkeit des Bodens erhöht. Der zur Suffosion umgekehrte Vorgang, bei dem Bodenfeinteile in der Bodenmatrix angelagert werden, bezeichnet man als Kolmation [MMB13].

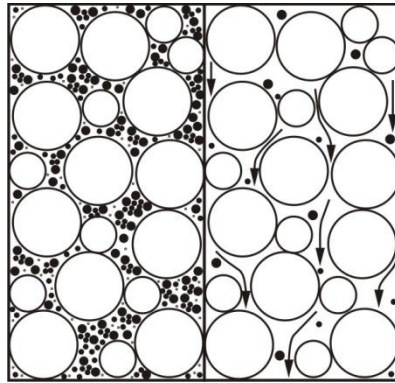


Abbildung 1: Schematische Darstellung von Suffosion (linke Seite: Anfangszustand, rechte Seite: Endzustand) [MMB13].

Die numerische Betrachtung der Stabilität suffosiver Erdbauwerke birgt die Schwierigkeit, das auf der Porenskala stattfindende Phänomen des Transports von Bodenfeinteilen auf das kontinuumsmechanische Verhalten des gesamten Bodenkörpers zu integrieren. Da eine diskrete Darstellung des Porenraums nur mit sehr hohem Rechenaufwand möglich und zur Darstellung eines Erdkörpers, wie z.B. eines Dammabschnittes nicht praxistauglich ist, gilt es, die Prozesse der Porenskala auf ein Kontinuum zu übertragen.

Die Übertragung des mikroskopischen Bodenverhaltens auf ein makroskopisches Bodenelement wird in der Bodenmechanik vielfach durch die Anwendung der Theorie Poröser Medien realisiert, die eine Kombination aus der Mischungstheorie nach [Tru66] und des Konzeptes vorhandener Volumenanteile darstellt [Ehl02]. Eine Erweiterung der klassischen 2-Phasenbetrachtung des Bodens bestehend aus dem Bodenfestkörper und dem den Boden füllenden Fluid um suffosions-relevante Phasen ermöglicht die Simulation gekoppelter hydromechanischer Prozesse in einem Erdbauwerk unter Berücksichtigung von Materialtransport als porenskaliger Prozess. Im folgenden Beitrag wird ein entsprechendes Modell nach [SS12] vorgestellt.

## 2 Modellkonzept

Das vorgestellte Modell nach [SS12] beruht auf der Anwendung der Theorie Poröser Medien. Das thermodynamisch konsistente Modell berücksichtigt bodenhydraulische und bodenmechanische Eigenschaften sowie Bodenstrukturänderung aufgrund des Abtrags von Bodenfeinanteilen.

## 2.1 Theoretisches Konzept

Die Theorie Poröser Medien basiert auf der Mischungstheorie nach [Tru66] unter Berücksichtigung von Volumenanteilen der einzelnen Phasen. Zur theoretischen Modellentwicklung wird ein Volumenelement betrachtet, über das die porenskaligen Prozesse gemittelt werden können [Ehl02]. Das Volumenelement eines Körpers besteht somit aus den Volumenanteilen einzelner zu definierender Phasen.

Im einfachsten Fall wird der Boden als Zweiphasenmedium, bestehend aus einer festen Phase – dem Korngefüge - und einer flüssigen Phase - dem die Bodenporen füllendem Wasser - dargestellt.

Zur Darstellung von Suffosion werden dem Festkörper-Fluid-Gemisch Phasen zugeordnet, die die Erodierbarkeit und Erosion innerhalb der Phasen beschreiben können. Diese Phasen sind

- das feste Bodenskelett  $s$ ,
- die an das Bodenskelett anhaftenden erodierbaren Bodenfeinteile  $a$ ,
- das Fluid  $f$  und
- die vom Bodenskelett gelösten im Fluid konzentrierten Bodenfeinteile  $sa$ .

Der Erosionsvorgang ist definiert als Austauschvorgang zwischen den Phasen der an den Festkörper anhaftenden und der im Fluid konzentrierten Feinteile (Abb. 2).

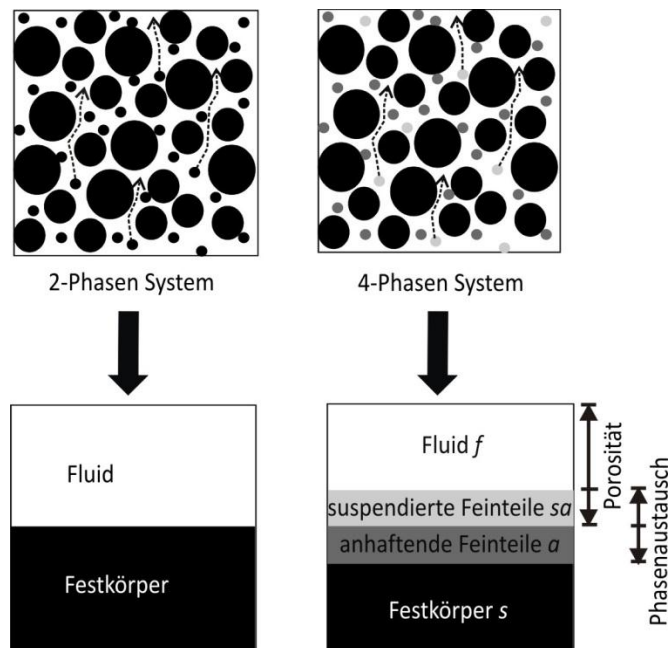


Abbildung 2: Modellkonzept zur Darstellung von Suffosion anhand von Volumenanteilen.

Das bestehende Modellkonzept geht von einem vollgesättigtem Boden aus, d.h. eine Luftphase wird nicht berücksichtigt. Das Modellkonzept unter Einteilung der Festkörperphase in stabile und instabile Anteile wurde bereits in [VPS01] und [SD03] vorgestellt und entsprechend der Anwendung auf interne Bodenerosion von [SS12] erweitert.

## 2.2 Mathematisch-Physikalische Grundlagen

Das hydraulische, bodenmechanische, und insbesondere das suffosive Verhalten des Bodens wird über die Erhaltungssätze der Masse, der Bewegungsgrößen und notwendige konstitutive Gleichungen beschrieben. Im Folgenden werden nur Formeln spezifiziert, die für die in diesem Beitrag beschriebene numerische Modellimplementierung sowie für die Verifizierung und Weiterentwicklung des numerischen Modells relevant sind. Detailliertere mathematische Grundlagen zur Modellierung poröser Medien mit Mehrphasenmodellen sind unter Anderem enthalten in [Ehl02], [SBS13] und [SS12].

Das entwickelte Gleichungssystem beruht auf der thermodynamisch konsistenten Beschreibung der einzelnen Phasen untereinander. Die Fest- und Fluidphasen werden hierbei über die Porosität volumetrisch in Beziehung gesetzt. Die Porosität  $\emptyset$  bildet sich aus den Volumenanteilen  $n$  der dem Fluid zugeordneten Phasen und verändert sich somit mit dem Erosionsvorgang (Gleichung 1).

$$\emptyset = n^{\text{fluid}} + n^{\text{suspendierte Feinteile}} \quad (1)$$

Da alle Phasen als inkompressibel angenommen werden, können die Massenverhältnisse allgemein als Volumenverhältnisse angenommen werden. Zur Beschreibung des hydrodynamischen Erosionsvorgangs ergeben sich für die vier Phasen festes Bodenskelett  $s$ , anhaftende erodierbare Bodenfeinteile  $a$ , Fluid  $f$  und im Fluid suspendierte Bodenfeinteile  $sa$  folgende volumetrische Bilanzen (Gleichungen 2 bis 5):

Porosität

$$-\partial_t \emptyset = \hat{n}^a \quad (2)$$

anhaftende Feinteile

$$(1 - \emptyset)\partial_t a + (1 - a)\partial_t \emptyset = 0 \quad (3)$$

Konzentration abgespülter Feinteile im Fluid

$$\partial_t(\emptyset \cdot c) - \partial_t(\emptyset) + \mathbf{q} \cdot \text{div } c = 0 \quad (4)$$

Fluidgeschwindigkeit

$$\text{div } \mathbf{q} = 0 \quad (5)$$

Hierbei ist  $\hat{n}^a$  der die Erosion beschreibende Austauschterm (s. Gleichung 6),  $c$  die Konzentration der Feinteile als Volumenanteil der suspendierten Bodenfeinteile  $sa$  an der Porosität  $\emptyset$  und  $q$  die Filtergeschwindigkeit (s. Gleichung 7).

Zur analytischen und numerischen Simulation von Erosionsprozessen werden meist ähnliche Erosionsgleichungen verwendet, die hauptsächlich von der Hydraulik geprägt sind. Allgemein gebräuchliche Erosionsgleichungen beinhalten einen Term der Filtergeschwindigkeit und einen Term des hydraulischen Widerstandes des Bodennaterials hinsichtlich Erosion. Im vorgestellten Modell wird der Übergang der anhaftenden Bodenfeinteile zu den suspendierten Feinteilen über einen Austauschterm  $\hat{n}^a$  definiert, der die Massenerhaltung des Gesamtkörpervolumens berücksichtigt. Die in diesem Fall betrachtete Erosionsgleichung besteht aus zwei spezifischen Bodenparametern -  $\Lambda$ , der physikalisch einem dem Porenraum entsprechenden charakteristischen Längenparameter zugeordnet werden kann, und  $m$ , ein aus Versuchen zu bestimmender Parameter - sowie der Filtergeschwindigkeit  $q$  und einem Abminderungsfaktor zur Berücksichtigung steigender Porosität  $\emptyset/\emptyset_0$  (Gleichung 6). In dem vorgestellten und im Modell implementierten Term wird die Ablagerung von bereits erodierten und transportierten Feinteilen sowie die Infiltration von Feinteilen von außen nicht berücksichtigt. Die Definition eines solchen bidirektionalen Austauschterms ist z.Zt. noch schwer verifizierbar.

$$\hat{n}^a = \Lambda \left[ \frac{\emptyset_0}{\emptyset} \right]^m |q| \quad (6)$$

Die Filtergeschwindigkeit  $q$  wird nach Darcy definiert aus der intrinsischen Permeabilität des Festkörpers  $k^s$  in Abhängigkeit der Porosität  $\emptyset$ , der dynamischen Viskosität des Fluids  $\eta^f$  in Abhängigkeit der Konzentration der Feinteile  $c$ , und dem Druckgradienten des Fluids  $gradp$  (Gleichung 7).

$$q = - \frac{k^s(\emptyset)}{\eta^f(c)} gradp \quad (7)$$

Die Änderung der Permeabilität mit Änderung der Porosität wird mit der Kozeny-Carman Gleichung beschrieben [Car03] (Gleichung 8).

$$k^s(\emptyset) = k_0^s \left[ \frac{\emptyset^3}{(1-\emptyset)^2} \right] \left[ \frac{(1-\emptyset_0)^2}{\emptyset_0^3} \right] \quad (8)$$

Das hydromechanische Verhalten des Bodens kann unter Berücksichtigung poroelastischer Modellansätze zusätzlich implementiert werden [z.B. Ehl02]. Je nach Modellkomplexität können entsprechende Stoffgesetze zur Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Materials eingesetzt werden.

### 2.3 Numerische Umsetzung

Aus den vorgestellten Gleichungen ist ein System partieller Differentialgleichungen mit den Primärvariablen Porosität  $\emptyset$ , Fluiddruck  $p$  und Konzentration  $c$  der Bodenfeinteile im Fluid ableitbar. Der Anteil abspülbarer Feinteile ist definiert über die Primärvariable der Porosität und kann somit als einfache Sekundärvariable in das Gleichungssystem aufgenommen werden. Die zusätzliche Einführung eines Defor-

mationsgradienten für den Festkörperanteil erweitert das Modell um die Verschiebungsvariable  $u$ .

Das System partieller Differentialgleichungen kann numerisch mit Galerkin Finite Elemente Methoden (FEM) gelöst werden. Die folgenden Arbeiten wurden mit dem kommerziellen FEM-Programm Comsol Multiphysics® erstellt, in dem Systeme partieller Differentialgleichungen in der schwachen Form über Definition der Primärvariablen implementiert werden können [Com13].

Neben der Implementierung in der schwachen Form müssen Anfangs- und Randbedingungen für die Primärvariablen, sowie Anfangsbedingungen für die Anzahl abspülbarer Feinteile, die den Erosionsprozess limitieren, definiert werden.

Die Implementierung einfacher Anfangs-Randwert-Fragestellungen zeigen die Konsistenz des Modells hinsichtlich der Primärvariablen Porosität, Konzentration der Feinteile, Fluiddruck und Festkörperdeformation (Abb. 3). Zur physikalisch-mathematischen Modellverifizierung werden Anfangs-Randwert-Probleme von Durchströmung ohne suffosiven Feinkornanteil, sowie statische und zeitvariable Durchströmung mit variablem Feinbodenanteil aufgestellt. Simulationen mit Veränderungen der Bodenparameter der aufgestellten Konstitutivbeziehungen zeigen eine deutliche Dominanz des Anfangswerts der hydraulischen Bodenleitfähigkeit hinsichtlich der Erosionsdynamik, d. h. je größer die Durchlässigkeit desto stärker die Suffosion.

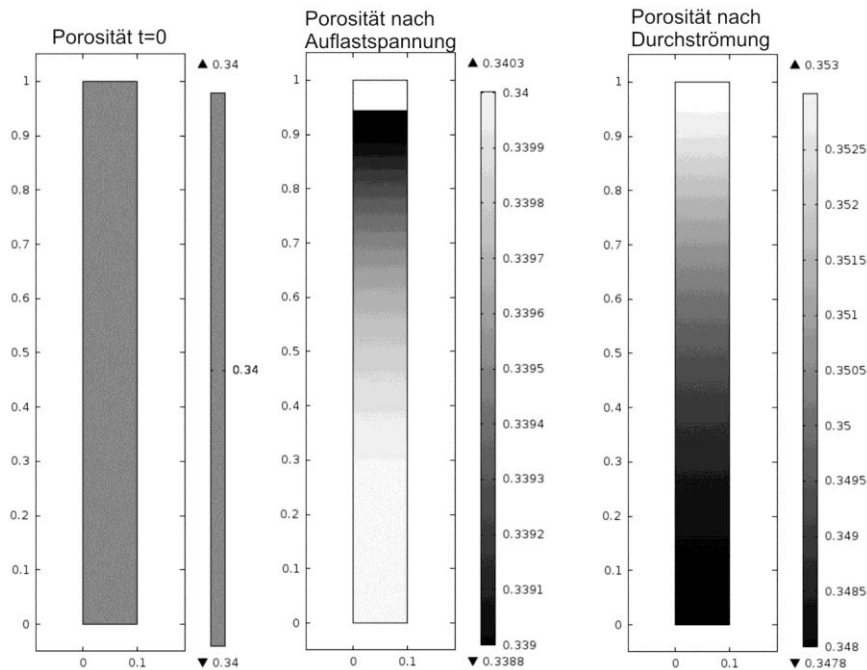


Abbildung 3: Simulationsergebnisse zur physikalischen Modellverifizierung: Porositätsänderung mit Auflastspannung und anschließender Durchströmung mit Feinkornabtrag.





Die Anfangs- und Randbedingungen des Versuchsaufbaus und –ablaufs wurden im vorhandenen Modell in Comsol Multiphysics® implementiert. Da die meisten Versuche mit 2-gestuftem Bodenmaterial durchgeführt wurden, wurde der die Erosion begrenzende Feinkornanteil aus den veröffentlichten Körnungsdiagrammen entnommen. Zur Modellvalidierung wurden insbesondere Messdaten unterschiedlicher Druckaufnehmer verwendet, die sowohl in verschiedenen Höhen als auch an verschiedenen Seiten des runden Versuchsbehälters angebracht waren (s. Abb. 4, *ports*). Die Versuchsergebnisse zeigten, dass Versagensmechanismen aus lokalen Abspülungen von Feinteilen resultierten. Die Darstellung solcher lokaler Prozesse ist im numerischen Modell nur mit unterschiedlichen Anfangsbedingungen, insbesondere der Porosität möglich. Je nach Anfangsverteilung der Porosität und Vorgaben der hydraulischen Bodeneigenschaften konnten lokale Prozesse, ähnlich den gemessenen abgebildet werden (Abb. 5).

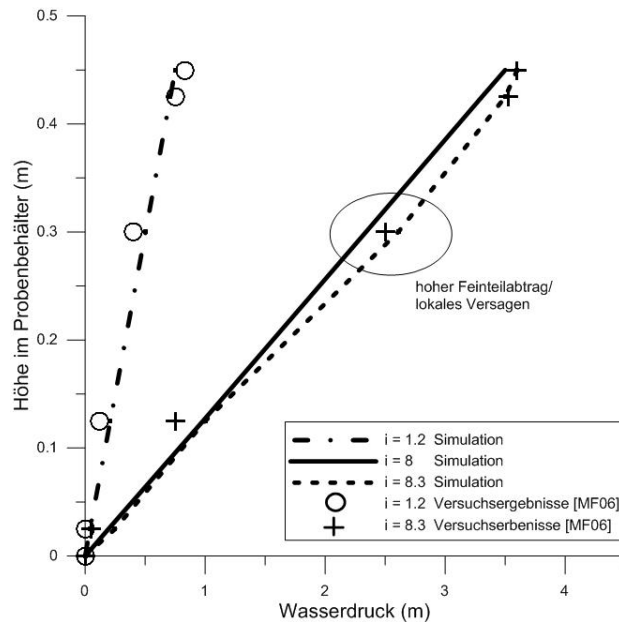


Abbildung 5: Vergleich Versuchsdaten zu lokalem Versagensverhalten aus [MF06] und Simulationen mit heterogener Anfangsporosität.

Aufgrund von einer hohen Anzahl offener Modellparameter, die in den Versuchen nicht ermittelt wurden, kann das Modell bisher nur qualitativ an die vorhandenen Daten angepasst werden. Da die laufenden Simulationen noch mit vielen Unbekannten und physikalischen Vereinfachungen durchgeführt werden, sind im weiteren Verlauf detailliertere Modellspezifikationen notwendig. Unter anderem soll ein komplexeres bodenmechanisches Verhalten berücksichtigt werden.

Schwierigkeiten in der Simulation der lokalen Versagensprozesse liegen auch in der numerischen Stabilität. Insbesondere eine im Simulationsverlauf erreichte ma-

ximale Porosität und die damit erhöhte hydraulische Leitfähigkeit führt zu Instabilitäten mit den verwendeten numerischen Konfigurationen.

### 3.2 Porenskala-Versuche

Zur besseren Definition des Erosionsterms und zum besseren Verständnis der Austauschprozesse werden kleinskalige Zellenversuche mit einem geometrisch stark strukturiertem Festkörperskelett durchgeführt. Feinteile verschiedener definierter Größen und Formen können mit einem Fluid in die Zelle eingeleitet werden. Der Modellaufbau ermöglicht sowohl die Messung des Ein- und Austrags der Feinteile über das gesamte Zellenvolumen, als auch die kontinuierliche Beobachtung einzelner Zellenstrukturen (Abb. 6).

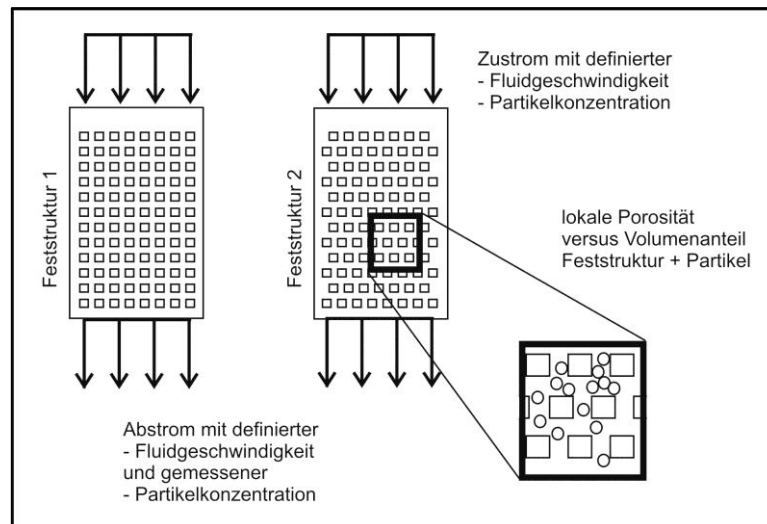


Abbildung 6: Versuchskonzept kleinskaliger Zellenversuche.

## 4 Zusammenfassung

Zur numerischen Simulation von Suffosion in Boden wurde ein kontinuumsmechanisches Modell vorgestellt. Das auf der Theorie Poröser Medien basierende Modell berücksichtigt den Abtrag und Transport von Bodenfeinteilen anhand eines Phasenaustausches zwischen am Boden anhaftenden Feinteilen und im Bodenwasser gelösten Feinteilen. Der einer Abspülung entgegengesetzte Prozess des Eintrags bzw. der Anhaftung von Feinteilen in das Bodenskelett wird mit dem bisherigen Modell noch nicht berücksichtigt.

Parameterstudien zeigten die physikalische Gültigkeit des Modells. Im Weiteren gilt es, die im Modell implementierten Konstitutivbeziehungen mit geeigneten Modellversuchen zu kalibrieren. Insbesondere der implementierte Erosionsterm ist zu erweitern, um sowohl den Abtrag, als auch die mögliche Anhaftung von Feinteilen im Bodenskelett zu beschreiben.

Mit einem validierten numerischen Modell mit physikalischen, bestimmbar Modellparametern ist die kleinskalige Erodierbarkeit von Boden kontinuumsmechanisch darstellbar. Ein Ziel einer solchen Simulation kann die Abschätzung der Standsicherheit bestehender Erdbauwerke sein, bei denen die Korngrößenverteilung des Erdkörpers grundsätzlich bekannt ist. Mit der Analyse von Parametersensitivitäten können unterschiedliche physikalische Einflüsse auf einen Bodenkörper hinsichtlich ihrer Einflüsse auf potentielle oder fortschreitende Erosion bestimmt werden.

## Literatur

- [Car03] CARRIER, W. David. *Goodbye, Hazen; Hello, Kozeny-Carman*, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering 129(11), 1054 (2003)
- [Com13] COMSOL, Comsol Multiphysics Reference Manual, Version 4.4, 2013
- [Ehl02] EHLERS, Wolfgang. *Foundations of multiphasic and porous materials*. In: Porous media: Theory, experiments and numerical applications, edited by W. Ehlers & J. Bluhm, pp. 3–86. Springer-Verlag, Berlin, 2002
- [Li08] LI, Maoxin. *Seepage induced instability in widely graded soils*, The University of British Columbia (Vancouver, CA). PhD-Thesis, 2008
- [MF06] MOFFAT, Ricardo A.; Fannin, R. Jonathan. *A Large Permeameter for Study of Internal Stability in Cohesionless Soils*. Geotechnical Testing Journal. Vol. 29(4):273-279 (2006)
- [MF11] MOFFAT, Ricardo A.; Fannin, R. Jonathan. *A hydromechanical relation governing internal stability of cohesionless soil*. Can. Geotech. J. 48:413-434 (2011)
- [MMB13] MMB. *Merkblatt Materialtransport im Boden*. Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) Karlsruhe, 2013
- [SBS13] SCHAUFLEDER, Alexander; Becker, Christian; Steeb, Holger, *Infiltration processes in cohesionless soils*. Z. angew. Math: mech., 93:138-146 (2013)
- [SD03] STEEB, Holger; Diebels, Stefan, *A thermodynamic-consistent model describing growth and remodeling phenomena*, Computational Materials Science 28(3-4), 597–607 (2003).

- [SS12] STEEB, Holger; Scheuermann, Alexander. *Modelling internal erosion: A continuum based model enriched by microstructural information*, Acta Geotechnica, submitted, 2012
- [Tru66] TRUESDELL, Clifford (Editor), *Continuum Mechanics II-IV*, Gordon & Breach, New York, 1966
- [VPS01] VARDOULAKIS, Ioannis; Papanastasiou, P.; Stavropoulou, M. Sand erosion in axial flow conditions, *Transport in Porous Media* 45, 267–281 (2001)

